



# Mobilität in Deutschland 2017: Regionalisierung von MiD-Ergebnissen

## Small-Area-Methoden zur Schätzung von Verkehrskennzahlen in kleinräumiger Gliederung

Autoren: Marcus Bäumer (IVT Research GmbH)  
Prof. Dr. Heinz Hautzinger (IVT Research GmbH)  
Manfred Pfeiffer (IVT Research GmbH)

Fassung vom 30.11.2018

eine Studie des:



durchgeführt von:

**infas**

in Kooperation mit:



**infas 360**



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>4</b>
1.1	Verkehrskennzahlen	4
1.2	Regionalisierung von Verkehrskennzahlen	5
1.3	Alternative Regionalisierungskonzepte	5
<b>2</b>	<b>Small-Area-Schätzmethoden: Überblick</b>	<b>9</b>
2.1	Problemhintergrund	9
2.2	Methodische Ansätze	9
2.3	Anwendungen in der Verkehrsforschung	11
<b>3</b>	<b>Small-Area-Schätzmethoden im Kontext der MiD 2017</b>	<b>12</b>
3.1	Allgemeine Kriterien für die Methodenwahl	12
3.2	Spektrum der infrage kommenden Small-Area-Methoden	12
3.3	Folgerungen für die Regionalisierung von MiD-Ergebnissen	13
3.4	Berücksichtigung vorliegender methodischer Erfahrungen	14
3.5	Zusammenfassender Überblick	16
<b>4</b>	<b>Hilfsmerkmale für Small-Area-Schätzungen im Rahmen der MiD 2017</b>	<b>17</b>
4.1	Grundlagen	17
4.2	Katalog möglicher Hilfsmerkmale	18
<b>5</b>	<b>Designbasierte Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen</b>	<b>19</b>
5.1	Horvitz-Thompson-Schätzer	19
5.2	GREG-Schätzer	21
5.3	Grafische Veranschaulichung der designbasierten Schätzung: HT- und GREG-Schätzer	23
<b>6</b>	<b>Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Unit-Level-Modell</b>	<b>24</b>
6.1	Synthetischer Schätzer	24
6.2	Zusammengesetzter Schätzer: EBLUP_A	24
6.3	Der Pseudo-EBLUP-Ansatz von You und Rao zur Berücksichtigung von Designgewichten bei Small-Area-Schätzungen	26
6.4	Der Ansatz von Verret, Hidiroglou und Rao zur Small-Area-Schätzung bei informativen Stichprobendesigns	26
6.5	Small-Area-Schätzung von Verhältniszahlen und Anteilswerten	28
6.6	Grafische Veranschaulichung: Modellbasierte Schätzung im Unit-Level-Modell	29
<b>7</b>	<b>Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Area-Level-Modell</b>	<b>30</b>
7.1	Synthetischer Schätzer	30
7.2	Zusammengesetzter Schätzer: EBLUP_B	30
7.3	Grafische Veranschaulichung: Modellbasierte Schätzung im Area-Level-Modell	31
<b>8</b>	<b>Illustration der Small-Area-Schätzmethoden unter Verwendung eines Beispieldatensatzes</b>	<b>32</b>
8.1	Beispieldatensatz	32
8.2	HT-Schätzer	34
8.3	GREG-Schätzer	35



8.4	Parameterschätzung und Hochrechnung im Unit-Level-Modell	37
8.5	Vergleich von direkter und Small-Area-Schätzung	41
<b>9</b>	<b>Small-Area-Schätzung von Mobilitätskenngrößen auf der Basis von MiD-Daten</b>	<b>42</b>
9.1	Analyse- und Hilfsmerkmale der Small-Area-Schätzung im Überblick	42
9.2	Spezifizierung der Hilfsmerkmale der Small-Area-Schätzung	44
9.3	Ergebnisse der Small-Area-Schätzung	46
<b>10</b>	<b>Schlussbemerkungen</b>	<b>54</b>
	<b>Quellen</b>	<b>55</b>



# 1 Einführung

Bei der nachfolgend vorgestellten Methodik und den Ergebnissen von Small-Area-Schätzungen handelt es sich um die erstmalige Anwendung dieses Forschungsansatzes im Verkehrsbereich in Deutschland. Obschon mit der MiD 2017 eine breite empirische Grundlage herangezogen werden konnte, hängt die Qualität der Schätzungen maßgeblich auch von der Verfügbarkeit der im Modell benötigten exogenen Hilfsmerkmale ab. Hier werden zukünftig noch weitere Optimierungen möglich sein.

Bei den Ergebnissen der vorliegenden Small-Area-Schätzungen handelt es sich wohlgerne nicht um amtliche Daten, sondern um erste Berechnungen von regional untergliederten Mobilitätskennziffern, mittels Modellschätzungen einheitlich erzeugt für alle Stadt- und Landkreise in Deutschland auf Basis der aktuell verfügbaren Befragungsdaten und Hilfsinformationen aus externen Quellen.

## 1.1 Verkehrskennzahlen

Zentraler Erhebungsgegenstand der Befragung MiD 2017 sind Ortsveränderungen („Wege“) von Personen: Die in die Stichprobe gelangten Personen geben Auskunft über Anzahl und Eigenschaften ihrer an einem vorgegebenen Stichtag durchgeführten Wege. Ziel der Auswertung der so erhobenen Wegedaten ist die Bereitstellung von aktuellen Informationen über Umfang und Struktur des Personenverkehrs<sup>1</sup> der Wohnbevölkerung der Bundesrepublik Deutschland.

Das Massenphänomen Verkehr als räumlich, zeitlich und sachlich abgegrenzte Gesamtheit von Ortsveränderungen (hier: Wege von Personen) wird durch statistische Kennzahlen beschrieben, die Informationen über

- die Zahl der Wege sowie
- die Häufigkeitsverteilung von Wegemerkmalen<sup>2</sup>

in der betrachteten Wegegesamtheit beinhalten. Es liegt nahe, Kennzahlen der genannten Art als *Verkehrskennzahlen* zu bezeichnen.

Gebräuchliche Verkehrskennzahlen sind das Verkehrsaufkommen (Gesamtzahl der Wege), die Verkehrsleistung (Gesamtlänge der Wege) und der Modal Split (Aufgliederung der Gesamtzahl bzw. Gesamtlänge der Wege nach dem Merkmal „benutztes Verkehrsmittel“). Neben Totalwerten und Gliederungszahlen spielen bei der statistischen Beschreibung des Verkehrs auch Mittelwerte (z.B. mittlere Wegelänge) und Verhältniszahlen (z.B. Zahl der Wege pro Person und Tag) eine wichtige Rolle. Handelt es sich bei den betrachteten Ortsveränderungen wie im Fall der MiD 2017 um Wege von Personen, so werden Verkehrskennzahlen in Form von

<sup>1</sup> Eine sachlich, räumlich und zeitlich abgegrenzte Gesamtheit von Ortsveränderungen wird kurz „Verkehr“ genannt.

<sup>2</sup> Typische Wegemerkmale sind Länge, Dauer, Zweck und benutztes Verkehrsmittel.



Mittelwerten, Anteilswerten und Verhältniszahlen häufig auch *Mobilitätskennzahlen* genannt.

Verkehrskennzahlen können den Verkehr als Ganzes beschreiben oder sich auf Teile des Verkehrs, d.h. Teilmengen (Untergruppen) der betrachteten Wegegesamtheit, beziehen. Solche Untergruppen von Wegen entstehen nicht nur durch Aufgliederung der Gesamtheit der Wege nach einem Wegemerkmal wie z.B. „Wegezzweck“, sondern auch durch Aufgliederung der Gesamtheit der Verkehrsteilnehmer<sup>3</sup>, d.h. der Personen, welche die Wege „generieren“. Die Aufgliederung einer Wegegesamtheit kann wie üblich nach räumlichen, zeitlichen und sachlichen Merkmalen erfolgen.

## 1.2 Regionalisierung von Verkehrskennzahlen

Im vorliegenden Forschungsbericht geht es um die räumliche Gliederung des Verkehrs, genauer des von der Wohnbevölkerung der Bundesrepublik Deutschland generierten Personenverkehrs. Ein typisches Beispiel für eine solche räumliche Gliederung ist die Zerlegung der Gesamtheit der Einwohner nach dem Bundesland des Wohnortes der Person und die daraus resultierende Aufgliederung des gesamten Personenverkehrsaufkommens in bundeslandspezifische Verkehrsaufkommenswerte. Wird wie in obigem Beispiel eine statistische Kennzahl in räumlicher Differenzierung ermittelt bzw. ausgewiesen, so spricht man ganz allgemein von *Regionalisierung* der Kennzahl. Als Ergebnis der Regionalisierung erhält man *Kennzahlen in räumlicher Gliederung*.

Im Folgenden wird die statistische Schätzung von *Verkehrskennzahlen in kleinräumiger Gliederung*, d.h. die Schätzung von Verkehrskennzahlen, die eine in räumlicher Hinsicht „eng“ abgegrenzte Teilgesamtheit des Verkehrs beschreiben, behandelt. Solche Kennzahlen werden im Folgenden kurz *kleinräumige Verkehrskennzahlen* genannt. Was unter „kleinräumig“ konkret zu verstehen ist, hängt vom jeweiligen Untersuchungsgegenstand ab.

Im Kontext einer bundesweiten Mobilitätserhebung wie der MiD 2017 wird man von kleinräumiger Gliederung sicherlich schon dann sprechen, wenn es um die Schätzung des Verkehrsaufkommens oder der Verkehrsleistung der Einwohner der einzelnen Stadt- und Landkreise des Bundesgebiets geht. Demgegenüber beziehen sich bei der kommunalen Verkehrsplanung, wo das Planungsgebiet (Gemeinde und Umland) in viele kleine Teilgebiete („Verkehrszellen“ oder „Zonen“ genannt) unterteilt wird, kleinräumige Verkehrskennzahlen auf eben diese sehr viel kleineren Gebietseinheiten.

## 1.3 Alternative Regionalisierungskonzepte

Die im Rahmen der MiD 2017 zu ermittelnden Verkehrs- bzw. Mobilitätskennzahlen interessieren nicht nur für Deutschland als Ganzes, sondern auch in Untergliederung nach gewissen administrativen *Gebietseinheiten* (z.B. Bundesländer, Kreise) bzw. bestimmten verkehrspolitisch oder verkehrsplanerisch relevanten *Raumkategorien* (z.B. siedlungsräumlich differenzierte Gemeindetypen). Bei einer entsprechend großen Anzahl zu unterscheidender Gebietseinheiten bzw. Raumkategorien läuft dies

<sup>3</sup> Im angloamerikanischen Raum werden Verkehrsteilnehmer in diesem Kontext treffend als „tripmaker“ bezeichnet.



auf die Schätzung „kleinräumiger“ Verkehrs- bzw. Mobilitätskennzahlen hinaus. Wie die oben angeführten Beispiele bereits erkennen lassen, können kleinräumige Verkehrskennzahlen auf unterschiedlichen Konzepten beruhen.

Welche Formen der Regionalisierung von Verkehrskennzahlen in Betracht kommen, hängt naturgemäß von den jeweils zur Verfügung stehenden Daten ab. Im Fall der MiD-Daten mit ihrer Mehrebenen-Struktur stellen Wege von Personen die Einheiten auf der untersten Datenebene dar; Ausgangs- und Zielort des Weges sind dabei die wichtigsten Wegemerkmale mit Raumbezug. In dieser Situation kann man zu räumlich abgegrenzten Untergruppen von Wegen entweder

- indirekt durch räumliche Aufgliederung der Verkehrsteilnehmer (und damit auch ihrer Wege) oder
- direkt durch Aufgliederung der Wege nach Wegemerkmale mit Raumbezug

kommen. Für die räumliche Zuordnung eines Weges kann insbesondere also entweder der Wohnort des betreffenden Verkehrsteilnehmers oder das Gebiet, in welchem der Weg stattfindet, maßgeblich sein. Diese beiden alternativen Ansätze werden nachfolgend „Wohnortkonzept“ bzw. „Verkehrsortkonzept“ genannt<sup>4</sup>.

#### - *Wohnortkonzept*

Bei Verkehrskennzahlen, die auf dem sog. *Wohnortkonzept* (Inländerkonzept) beruhen, wird die Gesamtheit der Wege in der Weise nach bestimmten Gebietseinheiten bzw. Raumkategorien aufgegliedert, dass ein Weg derjenigen Gebietseinheit bzw. Raumkategorie zugewiesen wird, dem die betreffende Person (Verkehrsteilnehmer) über ihren Wohnort zugeordnet ist; das geographische Gebiet, in welchem der Weg konkret stattfindet (kurz: der Verkehrsort), spielt hierbei keine Rolle. Ein typisches Beispiel für kleinräumige Verkehrskennzahlen nach dem Wohnortkonzept ist das Personenverkehrsaufkommen der Bewohner der einzelnen Stadt- und Landkreise des Bundesgebiets (Gesamtzahl der Wege untergegliedert nach dem Kreis, in welchem die „wegedurchführende“ Person wohnt).

#### - *Verkehrsortkonzept*

Verkehrskennzahlen nach dem *Verkehrsortkonzept* (Inlandskonzept, Territorialkonzept) spielen vor allem in der Verkehrsplanung eine Rolle. Ausgehend von einer Unterteilung des Planungsraums in disjunkte Teilräume (Verkehrszellen/ Zonen) wird dabei ein Weg derjenigen Verkehrszelle zugewiesen, zu welcher der Weg im jeweiligen Analysekontext gehört; der Wohnort des betreffenden Verkehrsteilnehmers ist dabei unerheblich. Unter dem Verkehrsortkonzept lassen sich drei Typen kleinräumiger Verkehrskennzahlen unterscheiden:

<sup>4</sup> Hier besteht eine Analogie zur Erfassung der Erwerbstätigen nach dem Wohnortkonzept (Inländerkonzept) bzw. dem Arbeitsortkonzept (Inlandskonzept).



- *Verkehrserzeugung* einer Zelle (Gesamtzahl der in der betreffenden Verkehrszelle beginnenden Wege; „zonal trip generation“),
- *Verkehrsanziehung* einer Zelle (Gesamtzahl der in der betreffenden Verkehrszelle endenden Wege; „zonal trip attraction“),
- *Verkehrsstrom* zwischen zwei Zellen (Gesamtzahl der Wege zwischen einer Quell- und einer Zielzone<sup>5</sup>; „interzonal traffic flow“, „origin-destination (O/D) flow“).

Die Ermittlung derartiger kleinräumiger Verkehrskennzahlen für Vergangenheitsperioden wie auch die Prognose dieser Kennzahlen stützt sich seit jeher zugleich auf Daten aus Verkehrserhebungen und den Einsatz spezifischer „Verkehrsmodelle“. Über die Jahrzehnte wurden die modellbasierten Berechnungsansätze - auch „synthetische“ Modelle genannt - der ingenieurwissenschaftlich geprägten Verkehrsplanung kontinuierlich weiterentwickelt, wobei zunehmend statistische Konzepte und Methoden in die Modelle bzw. Modellsysteme der Verkehrsplanung eingeflossen sind (vgl. z.B. Ortúzar und Willumsen (1995)).

Als weitere kleinräumige Verkehrskennzahl nach dem Verkehrsortkonzept ist *die auf einen bestimmten Teil des Untersuchungsgebiets entfallende Verkehrs- bzw. Fahrleistung* zu nennen<sup>6</sup>, die vor allem in der Verkehrsökologie und der Verkehrssicherheitsforschung von Bedeutung ist (Summe der Personen- bzw. Fahrzeugkilometer, die von den Verkehrsteilnehmern bzw. deren Fahrzeugen in einem bestimmten Teilgebiet des Untersuchungsgebiets erbracht werden). Wege, die nicht komplett innerhalb eines einzelnen Teilgebiets verlaufen, sondern sich über mehrere Teilgebiete erstrecken, müssen hierbei genau genommen in teilgebietspezifische Wegeabschnitte zerlegt werden; vereinfachend kann man ggf. aber auch den Weg als Ganzes demjenigen Teilgebiet zuordnen, in welchem er überwiegend (gemessen an der Wegelänge) verläuft.

#### *- Ergänzende Anmerkungen*

Wird wie im Fall der MiD 2017 bei einer Verkehrserhebung sowohl der Ausgangs- als auch der Zielort der Wege erfasst, so ist eine Aufgliederung der Gesamtheit der Wege nach der Gebietseinheit bzw. Raumkategorie von Quelle und Ziel des Weges möglich. Eine Aufgliederung dieser Art entspricht aus statistischer Sicht einer 2-dimensionalen Kontingenztafel und aus verkehrswissenschaftlicher Sicht einer Verflechtungsmatrix (Verkehrsströme zwischen konkreten Teilgebieten bzw. bestimmten Raumtypen). Da die Verkehrsverflechtung zwischen den administrativen Gebietseinheiten der Bundesrepublik Deutschland bis hinunter auf die Ebene der Kreise regelmäßig im Kontext der Bundesverkehrswegeplanung ermittelt wird, sind entsprechende Untersuchungen im Rahmen der MiD 2017 nicht vorgesehen.

Im Rahmen der MiD 2017 werden kleinräumige Verkehrskennzahlen prinzipiell nach dem Wohnortkonzept gebildet, Kennzahlen nach dem Verkehrsortkonzept sind nicht

<sup>5</sup> In diesem Fall wird ein Weg nicht einer einzelnen Verkehrszelle, sondern einem Paar von Verkehrszellen zugeordnet (Quelle-Ziel-Paar).

<sup>6</sup> Die auf ein bestimmtes Teilgebiet innerhalb des gesamten Untersuchungsgebiets entfallende Fahrzeugfahrleistung kann empirisch am besten durch eine Verkehrszählung im betreffenden Teilgebiet ermittelt werden.



vorgesehen. Als „Weg“ gelten dabei jeweils nur diejenigen Ortsveränderungen von Personen, welche auf dem Territorium der Bundesrepublik Deutschland stattfinden. Insofern wird bei den betreffenden Tabellierungen das *Inlandsverkehrsaufkommen der Inländer* dargestellt. Bei der Regionalisierung von Verkehrskennzahlen werden die Inländer und damit auch ihre Wege derjenigen Gebietseinheit (Stadt-/Landkreis) zugeordnet, in welcher der Wohnort der Person liegt.





## 2 Small-Area-Schätzmethoden: Überblick

### 2.1 Problemhintergrund

Die statistische Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen erfordert tiefere Aufgliederungen der Personen- und Wegestichprobe als dies im MiD-Schichtungskonzept vorgesehen ist. Hier besteht nun vielfach das Problem, dass eine *direkte* Schätzung der betreffenden Kennzahlen unter Verwendung klassischer stichprobentheoretischer Methoden (sog. *designbasierte* Methoden) aufgrund einer zu geringen Anzahl von Stichprobeneinheiten zu inakzeptabel hohen Standardfehlern führt. Der Grund für die hohen Standardfehler liegt darin, dass der Stichprobenumfang auf die Schätzung des Gesamttotalwerts bzw. der Schichttotalwerte ausgerichtet wird und der Stichprobenplan somit nur auf der übergeordneten Ebene die gewünschte Genauigkeit garantiert, während die Stichprobenumfänge in den Subpopulationen gering (manchmal sogar gleich Null) und im Fall von Untergruppen<sup>7</sup> überdies noch zufallsabhängig sind.

Um Kennzahlen von Verteilungen auch auf einer tieferen räumlichen<sup>8</sup> Gliederungsebene mit adäquater Präzision schätzen zu können, wurden in den statistischen Wissenschaften sogenannte *indirekte* Schätzverfahren entwickelt, welche zusätzlich zu den Stichprobendaten<sup>9</sup> noch weitere, aus externen Quellen stammende Daten über die Subpopulationen nutzen. Beginnend in den 1980er Jahren wurden die indirekten Schätzmethoden in der statistischen Forschung zu expliziten *Small-Area-Schätzmethoden* weiterentwickelt.

### 2.2 Methodische Ansätze

Während direkte Schätzmethoden ausschließlich auf den Stichprobendaten der jeweiligen „small area“ beruhen, bedienen sich indirekte Schätzmethoden geeigneter Hilfsinformationen, um die effektiv vorliegende Stichprobe anzureichern („borrowing strength“) und somit die Genauigkeit der Schätzung zu erhöhen. Mögliche Hilfsinformationen sind zum Beispiel Merkmalsausprägungen vergangener Perioden, Werte aus benachbarten oder übergeordneten Teilräumen und/oder Werte von Hilfsvariablen, die mit dem interessierenden Analysemerkmal korrelieren. Während sich direkte Schätzungen nur am Design der Stichprobe und den im Zusammenhang mit der Stichprobenauswahl verwendeten Informationen orientieren, treten bei indirekten Schätzungen bestimmte Annahmen über das Analysemerkmal sowie dessen Werte im Untersuchungsraum und seinen Teilgebieten hinzu.

Es gibt zwei Gruppen von indirekten Schätzmethoden, die sich im Hinblick auf die der Schätzung zugrundeliegenden Modellvorstellungen unterscheiden:

<sup>7</sup> Teilgesamtheiten, deren Elemente über mehrere Schichten des Auswahlplans verteilt sind

<sup>8</sup> Bei tieferen Untergliederungen nach *sachlichen* Merkmalen spricht man von „small domains“.

<sup>9</sup> In der Monographie von Rao (2003) findet sich zusätzlich eine Darstellung traditioneller demographischer Methoden, welche allein auf Verwaltungs- und Zensusdaten beruhen, d.h. ohne Stichprobeninformationen auskommen.



- Die traditionellen *impliziten* Schätzmethode, bei denen es sich je nach Datenlage um synthetische oder zusammengesetzte Schätzer handelt. *Synthetische* Schätzer für kleine Gebietseinheiten gehen meist von Informationen über die jeweilige übergeordnete Raumeinheit aus und gliedern unter bestimmten zusätzlichen Annahmen den übergeordneten Gesamtwert auf die einzelnen kleinen Gebietseinheiten auf. *Zusammengesetzte* Schätzer für kleine Gebietseinheiten sind im Wesentlichen gewogene Durchschnitte von direkten und synthetischen Schätzern. Ein Vorteil der impliziten Schätzung liegt in ihrer relativen Einfachheit und der leichteren Kommunizierbarkeit der Methoden. Nachteilig ist, dass implizite Schätzmethode tendenziell verzerrte Schätzungen liefern („design bias“), wobei die Verzerrung nicht unbedingt mit wachsendem Stichprobenumfang abnimmt. Näheres zu den indirekten Schätzern und ihren statistischen Eigenschaften findet man in der Monographie von Rao (2003), Kapitel 4 „Indirect Domain Estimation“. Ein detailliertes Beispiel zur praktischen Anwendung indirekter Schätzmethode in der amtlichen Statistik - einschließlich Genauigkeitsbeurteilung - enthält der Beitrag von Dieterle (2011).
- Die neueren *expliziten* Schätzmethode basieren auf sog. „gemischten“ statistischen Modellen, die feste und zufällige Effekte enthalten, wobei Letztere der nicht erklärten Variation des Analysemerkmals zwischen den kleinen Gebietseinheiten, d.h. den zufälligen Unterschieden zwischen den „small areas“, Rechnung tragen (gemischte Modelle, Multi-Level-Modelle, verallgemeinerte lineare Modelle mit zufälligen Effekten). Die expliziten (modellbasierten) Small-Area-Schätzmethode gliedern sich in zwei Hauptgruppen, wobei es sich jeweils um zusammengesetzte Schätzer, bestehend aus einer direkten und einer synthetischen Komponente, handelt:
  - Im *Area-Level-Modell* wird auf der Ebene der kleinen Gebietseinheiten der direkte Schätzer des Mittelwerts<sup>10</sup> des Analysemerkmals im Rahmen eines gemischten linearen Regressionsmodells mit geeigneten Hilfsvariablen verknüpft (z.B. Kreis-Ebene: mittlere Wegezahl je Einwohner und Tag in Abhängigkeit des Anteils der Erwerbstätigen an der Gesamtzahl der Einwohner).
  - Demgegenüber wird im *Unit-Level-Modell* auf der Ebene der individuellen Analyseeinheiten ein Zusammenhang zwischen der Analysevariablen und entsprechenden erklärenden Variablen hergestellt (z.B. Personen-Ebene: tägliche Wegezahl einer Person in Abhängigkeit des binären Merkmals Erwerbstätigkeit der Person ja/nein).
  - In beiden Fällen wird auf Basis des jeweiligen Modells und der auf Gebietsebene vorliegenden Hilfsmerkmale<sup>11</sup> ein sog. regressions-synthetischer Schätzer für den gebietsspezifischen Mittelwert des Analysemerkmals gebildet.
  - Bei der endgültigen Small-Area-Schätzung wird schließlich der jeweilige regressions-synthetische Schätzer mit einem direkten Schätzer für den gebietsspezifischen Mittelwert des Analysemerkmals kombiniert. Die Gewichtung der beiden Komponenten des so gebildeten zusammengesetzten Small-Area-Schätzers ergibt sich im Area- und Unit-Level-Modell aus der jeweiligen Modellvarianz in Relation zur Gesamtvarianz. Liegen für einzelne Gebiete keine Stichprobendaten vor, so kann ggf. der jeweilige

<sup>10</sup> Die Schätzung von Totalwerten erfolgt analog.

<sup>11</sup> Beim Unit-Level-Modell müssen die Hilfsmerkmale sowohl auf der Ebene der Analyseeinheiten, d.h. in der Stichprobe, als auch auf der Gebietsebene vorliegen. Beim Area-Level-Modell genügt demgegenüber die Verfügbarkeit auf der Gebietsebene.



regressionssynthetische Schätzer verwendet werden, sofern für die in Rede stehenden „kleinen“ Gebiete die gemäß Modell benötigten Hilfsmerkmale verfügbar sind.

Ausführliche Darstellungen der statistischen Grundlagen der expliziten Small-Area-Schätzmethoden findet man bei Gosh und Rao (1994) sowie Rao (2003). Die letztgenannte Monographie liegt inzwischen in aktualisierter und inhaltlich erweiterter Form vor (Rao und Molina, 2015). Bei der Implementierung modellbasierter Small-Area-Schätzmethoden muss auf geeignete Statistik-Software (z.B. SAS) zurückgegriffen werden.

Was die Anwendung von Small-Area-Schätzmethoden im Rahmen bundesweiter Mobilitätserhebungen angeht, so haben sich speziell durch den Zensus 2011 die statistisch-methodischen und datenmäßigen Voraussetzungen deutlich verbessert. Von grundlegender Bedeutung sind in diesem Zusammenhang die Ergebnisse eines groß angelegten statistischen Forschungsprojekts im Vorfeld des Zensus 2011 (Münnich, Gabler u.a., 2012).

### 2.3 Anwendungen in der Verkehrsforschung

Anwendungen von Small-Area-Schätzmethoden im Bereich der Verkehrsforschung sind selten und bislang auch nur außerhalb Deutschlands zu finden. Im Folgenden wird zur Illustration die Zusammenfassung eines in der Zeitschrift „Transportation“ erschienenen Beitrags wiedergegeben (Vaish, Chen u.a., 2010):

#### Abstract

The National Household Transportation Survey (NHTS) was designed at the national level, and for most states it does not have a large enough sample to produce reliable estimates, especially for subdomains (e.g., age groups) within a state. Using the 2001 NHTS, we produced small area estimates (SAEs) of the percentage of persons among four age groups (17 or younger, 18–39, 40–54, and 55 or older) having high daily *person-miles of travel* (more than 87.5 miles a day, which is the 90th percentile for daily person-miles traveled) and associated prediction intervals for all 50 states and the District of Columbia.

The survey weighted hierarchical Bayes (Folsom et al., Proc of the Sect on Surv Res Methods of the Am Stat Assoc 371–375, 1999) small area estimation (SAE) methodology was used to produce state-level SAEs. This paper describes the methodology and shows that SAE can be an effective technique for producing reliable state-level estimates from large, national surveys like the NHTS. In particular, the prediction interval relative widths for SAEs were, on average, 31–48% narrower than the corresponding design-based confidence interval widths, whereas for small states the reduction was around 47–63%.

Wie man sieht, ähnelt die im oben genannten Beitrag behandelte Datenbasis und Fragestellung den im Rahmen der MiD 2017 zu lösenden Small-Area-Schätzproblemen.



## 3 Small-Area-Schätzmethoden im Kontext der MiD 2017

### 3.1 Allgemeine Kriterien für die Methodenwahl

Welche Small-Area-Schätzmethoden in einem konkreten Anwendungsfall in Frage kommen, hängt unter anderem von folgenden Faktoren ab (vgl. Hidioglou, 2007):

- Welche Anforderungen bestehen seitens der Datennutzer an die Abgrenzung der „small areas“ bzw. „small domains“ in räumlicher, sachlicher und zeitlicher Hinsicht? Wie klein sind die „small areas“ bzw. „small domains“?
- Welche Hilfsinformationen sind auf welcher räumlichen Ebene für welche Bezugszeiträume verfügbar?
- Ist der Gesamtstichprobenumfang so groß, dass für wirklich alle in Rede stehenden „small areas“ Stichprobendaten zur Verfügung stehen?
- Wie gut korrelieren die verfügbaren Hilfsvariablen mit den interessierenden Analysevariablen?
- Welche Expertise liegt beim Analyseteam in statistisch-methodischer und fachlich-inhaltlicher Hinsicht vor?

Im Rahmen des MiD-Arbeitspakets „Schätzung kleinräumiger Mobilitätseckwerte“ mussten diese Fragen beantwortet werden.

### 3.2 Spektrum der infrage kommenden Small-Area-Methoden

Das Spektrum der im Kontext der MiD 2017 infrage kommenden Methoden zur Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen ist breit:

- Designbasierte Schätzung kleinräumiger Kennzahlen
  - o Horvitz-Thompson-Schätzer (HT) – direkter Schätzer, d.h. ausschließliche Nutzung der Stichprobendaten zu den jeweiligen kleinen Gebietseinheiten in Verbindung mit Informationen zum Stichprobendesign (Inklusionswahrscheinlichkeiten)
  - o Verallgemeinerter Regressionsschätzer (GREG) – modellunterstützt, d.h. zusätzlich zu designbezogenen Informationen Verwendung von bekannten Total- oder Mittelwerten der Hilfsvariablen auf der Ebene der Gebietseinheiten



- Modellbasierte Schätzung kleinräumiger Kennzahlen
  - o Unit-Level-Modelle – gewichtete Kombination eines entsprechenden synthetischen Schätzers mit einem GREG-Schätzer. Modellparameter können so geschätzt werden, dass „self-benchmarking“<sup>12</sup> der kleinräumigen Schätzer gewährleistet ist. Als Hilfsmerkmale kommen nur Variable infrage, die zugleich auf der Ebene der Analyseeinheiten und der Gebietsebene verfügbar sind.
  - o Area-Level-Modelle – gewichtete Kombination eines entsprechenden synthetischen Schätzers mit einem HT-Schätzer. Hilfsmerkmale müssen nur auf der Gebietsebene vorliegen.

Die modellbasierte Schätzung kleinräumiger Kennzahlen lässt sich rechentechnisch nicht mit Hilfe der auf klassische Stichprobenverfahren ausgerichteten „survey procedures“ der gängigen Statistikprogramme durchführen. Man benötigt hierfür vielmehr spezielle Prozeduren für die Schätzung gemischter Modelle, ggf. in Verbindung mit weiteren Tools (z.B. benötigt man zur Schätzung von Area-Level-Modellen in SAS die Prozedur MIXED in Verbindung mit der Prozedur IML).

### 3.3 Folgerungen für die Regionalisierung von MiD-Ergebnissen

Welche statistischen Methoden bieten sich nun für die Schätzung kleinräumiger Verkehrsaufkommens-, Verkehrsleistungs- und Modal-Split-Kennzahlen auf Basis von MiD-Daten an? Hier erscheinen folgende Grundsätze zielführend:

- Für Schätzungen, die sich auf „große“ Teilgebiete beziehen, können designbasierte Schätzmethoden verwendet werden (HT- und GREG-Schätzer). Dies gilt nicht nur für Teilgesamtheiten, die bestimmten räumlichen Schichten des Stichprobenplans entsprechen (z.B. Bundesländer), sondern auch für „große“ Untergruppen, die über mehrere Schichten verteilt sind (z.B. Gemeindetypen).
- Bei „kleinen“ Teilgebieten (z.B. Kreisen innerhalb von Bundesländern) sollte grundsätzlich den Unit-Level-Modellen der Vorzug gegeben werden, da hier mit entsprechenden Schätzverfahren die vertikale Kohärenz der Schätzungen gewährleistet werden kann (You and Rao, 2002).
- Für „kleine“ Teilgebiete können sich je nach Art der verwendeten Hilfsinformationen aber auch Area-Level-Modelle als vorteilhaft erweisen. Insgesamt steht bei Area-Level-Modellen tendenziell ein breiteres Spektrum möglicher Hilfsmerkmale zur Verfügung, da die entsprechenden Daten nur auf Gebietsebene aggregiert (und nicht zusätzlich auch noch auf Einzeldatenebene in der Stichprobe) vorliegen müssen.

Bei der Wahl des Small-Area-Modells muss im Übrigen stets darauf geachtet werden, dass die Methoden nicht nur theoretisch fundiert sind, sondern dass für ihre Anwendung auch Software zur Verfügung steht, mit der die im Projekt MiD 2017

<sup>12</sup> „Self-benchmarking“ von Small-Area-Schätzern bedeutet, dass die Summe der geschätzten Area-Totalwerte mit dem direkten Schätzer für den Gesamttotalwert übereinstimmt. Für umfangreichere Ergebnisdarstellungen in Tabellenform ist dies eine wünschenswerte Eigenschaft („vertikale Kohärenz“ der Schätzungen).



geforderte „Massenproduktion“ von Hochrechnungsergebnissen mit vertretbarem Aufwand zu leisten ist.

### 3.4 Berücksichtigung vorliegender methodischer Erfahrungen

Bei der Auswahl und Anwendung von Methoden für die Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen kann insbesondere auf dem Forschungsprojekt „Stichprobenoptimierung und Schätzung im Zensus 2011“ aufgebaut werden (Münnich, Gabler u.a., 2012). Dort wurden der Horvitz-Thompson-Schätzer (HT) und der verallgemeinerte Regressionsschätzer (GREG) als klassische Verfahren sowie die modellbasierten Schätzer EBLUPA (Battese-Harter-Fuller-Modell, „basic unit level model“) und EBLUPB (Fay-Herriot-Modell, „basic area level model“) einer detaillierten vergleichenden Bewertung unterzogen. Dabei lieferten schon die Voruntersuchungen zu Stichprobendesigns und Schätzverfahren wichtige Ergebnisse (Münnich, Gabler u.a., 2012, S. 26-27), deren Konsequenzen für Small-Area-Schätzungen im Rahmen der MiD 2017 wie folgt zusammengefasst werden können:

- In nahezu allen Schätzungen erzielte der GREG-Schätzer bessere Ergebnisse als der HT-Schätzer und zwar unabhängig vom Stichprobendesign. Diese Erwartung besteht auch im Fall der MiD 2017.
- Die Unequal-Probability-Designs erwiesen sich für die im Zensus 2011 interessierende Fragestellung kaum besser als eine geeignet optimierte geschichtete Zufallsstichprobe, waren aber bezüglich der Wahl der Zielvariablen wesentlich weniger robust. Im Fall der MiD 2017 hat man es aufgrund der Ziehung von Haushalten aus örtlichen Einwohnermelderegistern zwangsläufig mit einem pps-Verfahren zu tun. Entsprechendes gilt für die Festnetz- und Mobilfunkstichprobe. Das im Rahmen des Zensus entwickelte Stichprobendesign ist deshalb nicht anwendbar.
- Modellbasierte Verfahren zeigten auffällige Effizienzverluste bei Stichprobendesigns, welche in besonderer Weise Optimierungsmethoden verwenden; dies betraf vor allem den Schätzer im Area-Level-Modell. Hierbei spielen stark variierende Auswahlwahrscheinlichkeiten eine zentrale Rolle. Bei stark variierenden Designgewichten ist ganz allgemein mit Problemen (sog. „sampling bias“) bei der Schätzung von statistischen Modellen zu rechnen (Gelman, 2007). Der Variation der Auswahlwahrscheinlichkeiten ist im Rahmen der MiD 2017 vor diesem Hintergrund besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Wie beim Zensus 2011 können nämlich auch bei der MiD 2017 manche Fragen mit klassischen Schätzmethoden nicht mehr hinreichend akkurat gelöst werden, sodass Small-Area-Methoden einzusetzen sind. Da diesen Methoden statistische Modelle zugrunde liegen, sollten die Designgewichte nicht so stark variieren.

In diesem Zusammenhang weisen die zitierten Autoren noch auf Folgendes hin: „Meng et al. (2009) schlagen einen Gelman-Faktor von höchstens 10 vor. Der Gelman-Faktor ist der Quotient zwischen dem größten und dem kleinsten Designgewicht. Die Designgewichte sind wiederum als Reziprokwerte der Inklusionswahrscheinlichkeiten definiert. Sie weisen darauf hin, dass Gelman-Faktoren über 100 inakzeptabel sind. Es sei angemerkt, dass etwa bei Business-Statistiken Gelman-Faktoren im hohen 1000er-Bereich keine Seltenheit sind. Sehr hohe Gelman-Faktoren sind auch im Zensus-Test beobachtbar. Die Untersuchungen legten die Verwendung geschichteter Zufallsstichproben nahe.“





Bei der MiD 2017 folgte man dieser Empfehlung (Schichtung), allerdings war dies vollumfänglich nur im Rahmen der EWO-Bundesstichprobe möglich. In der MiD-Gesamtstichprobe sind dagegen hohe Gelman-Faktoren unvermeidbar. Dies liegt zum einen daran, dass bei der Festnetz- und Mobilfunk-Bundesstichprobe eine Schichtung kaum bzw. überhaupt nicht möglich ist. Hinzu kommt, dass die regionalen Aufstockungsstichproben, die ja auch Teil der MiD-Gesamtstichprobe sind, nicht das gesamte Bundesgebiet abdecken und überdies – je nach regionalem Auftraggeber – höchst unterschiedliche Auswahlätze aufweisen.

Tatsächlich ist es so, dass in der „klassischen“ EWO-Bundesstichprobe mit ihren  $n=16.163$  befragten Haushalten der Gelman-Faktor noch im unteren 1.000er-Bereich liegt. Der gleichwohl hohe Wert (4.508) erklärt sich durch die Zweistufigkeit des Auswahlverfahrens, die entsprechend der Vorgaben ausgeprägt disproportionale Aufteilung des Stichprobenumfangs auf die Schichten (Bundesländer) und die zwangsläufig größenproportionale Auswahl der Haushalte innerhalb der Stichprobengemeinden. Betrachtet man den Multiple-Frame-Survey MiD-Gesamtstichprobe ( $n=156.420$  befragte Haushalte), so stellt man eine im Vergleich zur EWO-Bundesstichprobe viel stärkere Streuung der Haushaltsgewichte (Variationskoeffizient 1,89 gegenüber 1,34) und entsprechend einen noch wesentlich höheren Gelman-Faktor (146.000) fest, was als unerwünschte Folge der extremen Komplexität des Designs der MiD 2017 anzusehen ist.

Auch was die Verwendung von Registerinformationen angeht, gibt es Analogien zum Zensus 2011 (Münnich, Gabler u.a., 2012, S. 39): Für die Schätzung stehen bei der MiD 2017 neben Informationen aus der Stichprobe auch Informationen aus Registern zur Verfügung. Informationen zum Verkehrsverhalten sind dabei allerdings ausschließlich in der Stichprobe verfügbar. Die Registerinformationen umfassen bei der MiD 2017 auf jeden Fall Daten der Einwohnermelderegister und des beim Kraftfahrt-Bundesamt (KBA) geführten Zentralen Fahrzeugregisters, aber auch noch weitere Informationen. Diese Daten können als Hilfsinformation in den Schätzern verwendet werden. Wie im Fall des Zensus wurde auch bei der MiD die Einwohnerzahl laut Register bereits bei der Festlegung des Stichprobendesigns verwendet. Mit Blick auf die bei Small-Area-Schätzungen einzusetzenden Unit- und Area-Level-Modelle sei hier noch darauf hingewiesen, dass die Registerinformationen nur als Aggregate auf Ebene der „Areas“, gegebenenfalls auch auf den Schichten, benötigt werden. Mikroinformation aus Registern wird nicht benötigt (Münnich, Gabler u.a., 2012, S.47).

Die Small-Area-Schätzungen im Rahmen der MiD 2017 können durch entsprechende Genauigkeitsuntersuchungen ergänzt werden. In Anlehnung an Münnich, Gabler u.a., 2012, S. 49-50 wird in diesem Zusammenhang auf Folgendes hingewiesen:

Zur Beurteilung der Genauigkeit von Schätzern wird im Allgemeinen die Varianz des Schätzers angegeben. Prinzipiell interessiert die Verteilung des Schätzers, die nach dem zentralen Grenzwertsatz von Lindeberg-Lévy in der Praxis vereinfacht als normal angenommen wird. Unter dieser Annahme reicht die Varianz des Schätzers, um die Schätzverteilung zu charakterisieren. Daraus lassen sich dann auch unmittelbar Konfidenzintervalle berechnen. Diese Vorgehensweise setzt allerdings die Unverzerrtheit eines Schätzers voraus. Der HT- und der GREG-Schätzer (asymptotisch) besitzen diese Eigenschaft, nicht jedoch synthetische Schätzverfahren. Bei den hier relevanten Verfahren (EBLUP) muss von einer Design-Verzerrung ausgegangen werden, so dass statt der Varianz des Schätzverfahrens der mittlere



quadratische Fehler (MSEP, mean square error of prediction) zu betrachten ist. In Kapitel 8 werden beispielhaft neben den Schätzwerten (EBLUP) für die kleinräumigen Mobilitätskenngrößen jeweils auch die zugehörigen (geschätzten) mittleren quadratischen Fehler (MSEP) angegeben.

### 3.5 Zusammenfassender Überblick

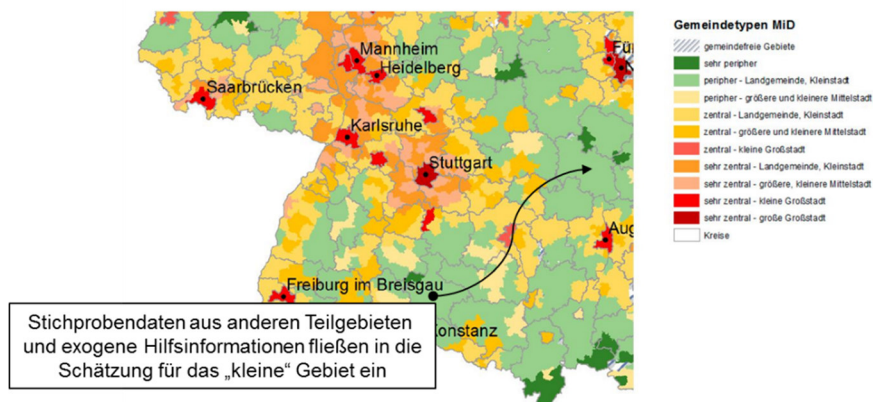
Bei kleinräumigen Verkehrs- bzw. Mobilitätskennzahlen handelt sich um Mobilitätskennzahlen, welche sich auf eine räumlich eng abgegrenzte Gesamtheit von Personen beziehen. Dabei wird nach dem Grundsatz verfahren, dass die in der Stichprobe erfassten Wege derjenigen „kleinen“ Gebietseinheit (z.B. Landkreis) zugeordnet werden, in welcher die betreffende Person wohnt, unabhängig davon, wo der Weg beginnt und endet (sog. „Inländerkonzept“). Beispiele hierfür sind *Tägliche Gesamtzahl der Wege der Einwohner des Landkreises X („Personenverkehrsaufkommen“)* oder *Anteile der verschiedenen Verkehrsmittel am Personenverkehrsaufkommen der Einwohner des Landkreises X („Modal Split“)*.

Eine direkte Schätzung kleinräumiger Mobilitätskennzahlen ist vielfach nicht möglich, da die Zahl der Stichprobeneinheiten, welche der „kleinen“ Gebietseinheit zugeordnet sind, zu gering ist (inakzeptabel hoher Standardfehler) bzw. die interessierende „kleine“ Gebietseinheit überhaupt nicht in die Stichprobe gelangte.

Mit Hilfe von Small-Area-Schätzmethoden lassen sich statistische Kennzahlen auch auf einer tieferen räumlichen Gliederungsebene mit adäquater Präzision ermitteln. Der Schätzung liegen dabei gewisse Modellvorstellungen zugrunde. Die Schätzung bedient sich geeigneter Hilfsinformationen, um die effektiv vorliegende Stichprobe anzureichern und somit die Schätzgenauigkeit zu erhöhen.

Die neueren (expliziten) Small-Area-Methoden basieren auf sog. gemischten statistischen Modellen mit festen und zufälligen Effekten. Letztere tragen der nicht erklärten Variation, d.h. den zufälligen Unterschieden, zwischen den „kleinen“ Gebietseinheiten Rechnung. Je nach Datenverfügbarkeit werden Hilfsvariable nur auf der Ebene der Gebietseinheiten („area level“) oder der Ebene der Gebietseinheiten und der Ebene der Analyseeinheiten („unit level“) im statistischen Modell verwendet.

ABBILDUNG 1 – Small-Area-Methoden







## 4 Hilfsmerkmale für Small-Area-Schätzungen im Rahmen der MiD 2017

### 4.1 Grundlagen

Im Rahmen der MiD 2017 soll durch den Einsatz von Small-Area-Schätzmethoden die Genauigkeit der Schätzung von Verkehrskennzahlen für kleine Gebietseinheiten (Kreise) verbessert werden. Solche Genauigkeitsverbesserungen lassen sich erreichen, wenn Hilfsmerkmale zur Verfügung stehen, die mit dem Analysemerkmal - hier also einem Merkmal des individuellen Verkehrsverhaltens - korreliert sind. Aus der empirischen Mobilitätsforschung sind die soziodemographischen, ökonomischen, raum- und infrastrukturellen wie auch die verkehrsangebotsbezogenen Bestimmungsfaktoren des Verkehrsverhaltens hinlänglich bekannt. Als Hilfsmerkmale bei der Small-Area-Schätzung können entsprechende soziodemographische, ökonomische usw. Merkmale herangezogen werden, wenn die Grundgesamtheitsmittelwerte dieser Merkmale auf der Ebene der kleinen Gebietseinheiten aus externen Quellen wie z.B. der amtlichen Statistik vorliegen. Der beschriebene Sachverhalt soll an folgendem Beispiel veranschaulicht werden.

Viele Mobilitätsstudien haben gezeigt, dass es einen statistischen Zusammenhang zwischen der täglichen Verkehrsleistung von Personen (Summe der an einem Tag des Untersuchungszeitraums zurückgelegten Wegstrecken) und den Merkmalen Alter, Geschlecht und Erwerbstätigkeit der Person sowie Typ des Bezugstages (Werktag, Wochenende) gibt. Vor diesem Hintergrund kann bei der MiD 2017 die Qualität der Schätzung der mittleren täglichen Verkehrsleistung (km pro Person und Tag) der Bewohner der einzelnen Stadt- bzw. Landkreise der Bundesrepublik Deutschland verbessert werden, wenn für jeden Stadt- bzw. Landkreis die Grundgesamtheitsmittelwerte der vier genannten Hilfsmerkmale in hinreichender Genauigkeit vorliegen. Dies ist hier der Fall: Aus der Bevölkerungsstatistik kennt man auf der Kreisebene das Durchschnittsalter der Einwohner, den Anteil der weiblichen Bevölkerung und den Erwerbstätigenanteil; für den Anteil der Werktage an allen Tagen des Jahres kann man vereinfachend einheitlich den Wert  $5/7=0,71$  verwenden. Es versteht sich, dass die jeweilige Analyseeinheit (hier „Personentag“) die Art der Mittelwertbildung bestimmt.

Anzumerken ist an dieser Stelle noch, dass bei Schätzungen im Unit-Level-Modell nur Merkmale, die in der Stichprobe, d.h. auf Individualdatenebene, vorliegen, als Hilfsmerkmale in Betracht kommen. Für Schätzungen im Area-Level-Modell gilt dies nicht; dort kann man z.B. einen aus der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung stammenden Indikator des Einkommens der privaten Haushalte auf Kreisebene auch dann als Hilfsmerkmal verwenden, wenn das Haushaltseinkommen in der Stichprobe überhaupt nicht oder nicht hinreichend valide erfasst worden ist.



## 4.2 Katalog möglicher Hilfsmerkmale

Aus dem umfangreichen Katalog der Merkmale, die für die Bundesrepublik Deutschland auf Kreisebene aus unterschiedlichen Quellen vorliegen<sup>13</sup>, kommen etliche als Hilfsmerkmale für Small-Area-Schätzungen im Rahmen der MiD 2017 in Betracht. Einzelheiten hierzu finden sich in Abschnitt 9.2.

Typische Beispiele sind:

- Soziodemographie - Personenmerkmale
  - Bevölkerung, männlich (Anzahl)
  - Bevölkerung, weiblich (Anzahl)
  - Einwohner mit Geburtsort Deutschland insgesamt (Anzahl)
  - Einwohner mit Geburtsort Ausland insgesamt (Anzahl)
  - Erwerbstätige, männlich (Anzahl)
  - Erwerbstätige, weiblich (Anzahl)
- Soziodemographie – Haushaltsmerkmale
  - Privathaushalte (Anzahl untergliedert nach Haushaltsgröße)
  - Durchschnittliches Jahresnettoeinkommen privater Haushalte
  - Eigentümer-Haushalte (Anzahl)
  - Mieter-Haushalte (Anzahl)
- Weitere Merkmale
  - Wohnungen insgesamt (Anzahl)
  - Pkw-Bestand

Mit Hilfe kleinräumiger Strukturdaten der oben genannten Art lassen sich zum Teil weitere Kennzahlen auf der Kreisebene bilden, die als Hilfsinformation in Small-Area-Schätzungen einfließen können. Bezieht man z.B. für die Stadt- bzw. Landkreise die Zahl der Pkw privater Halter auf die Einwohnerzahl, so stellt diese Verhältniszahl („Pkw-Dichte“) ebenfalls ein mögliches Hilfsmerkmal der Small-Area-Schätzung auf Kreisebene dar.

Bei den nachfolgenden Darstellungen der verschiedenen Schätzmethoden wird davon ausgegangen, dass das gesamte Untersuchungsgebiet in  $D$  „kleine“ Gebietseinheiten zerlegt ist, für welche jeweils bestimmte Verkehrskennzahlen zu schätzen sind. Eine einzelne kleine Gebietseinheit  $d$  innerhalb des gesamten Untersuchungsgebiets - bei Münnich, Gabler u.a. (2012) als „Area“ bezeichnet - wird im vorliegenden Dokument meist *Bezirk* genannt.

<sup>13</sup> z.B. Daten des Zensus 2011, der Regionaldatenbank Deutschland, den Indikatoren und Karten zur Raum- und Stadtentwicklung (INKAR) sowie Daten von kommerziellen Anbietern.



## 5 Designbasierte Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen

### 5.1 Horvitz-Thompson-Schätzer

Für den Horvitz-Thompson-Schätzer (HT-Schätzer) ist die Kenntnis des genauen Ablaufs des zufälligen Auswahlverfahrens nicht erforderlich, es muss lediglich für die in die Stichprobe gelangten Einheiten die sog. „Inklusionswahrscheinlichkeit“ bekannt sein:

$\pi_i$  Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit  $i$  in die Stichprobe gelangt (Inklusionswahrscheinlichkeit erster Ordnung)

$\pi_{ij}$  Wahrscheinlichkeit, dass die Einheiten  $i$  und  $j$  in die Stichprobe gelangen (Inklusionswahrscheinlichkeit zweiter Ordnung<sup>14</sup>)

Der Horvitz-Thompson-Schätzer für den unbekanntem Totalwert  $\tau_y$  des Untersuchungsmerkmals ist definiert als

$$\hat{\tau}_Y^{HT} = \sum_{i \in S} w_i y_i,$$

wobei die Werte  $w_i = 1/\pi_i$  die Designgewichte darstellen und  $S$  die Menge aller Stichprobenelemente bezeichnet. Wie man sieht, kann zur Schätzung von Totalwerten der HT-Schätzer als gewichtetes Mittel der Beobachtungswerte  $y_i$  interpretiert werden, wobei die inversen Inklusionswahrscheinlichkeiten als Gewichte dienen.

Für die Schätzung des Grundgesamtheitsmittelwerts verwendet man üblicherweise den Schätzer

$$\hat{\mu}_Y^{HT} = \sum_{i \in S} w_i y_i / \hat{N}$$

(auch „modifizierter“ HT-Mittelwertschätzer genannt), wobei

$$\hat{N} = \sum_{i \in S} w_i$$

ein Schätzer für den Umfang  $N$  der Gesamtheit ist. Der modifizierte HT-Schätzer für den Mittelwert ist, wie man sieht, das Verhältnis zweier HT-Totalwertschätzer.

<sup>14</sup> Die Inklusionswahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung, deren Kenntnis im Folgenden nicht vorausgesetzt wird, spielen im Zusammenhang mit der Varianz des HT-Schätzers eine Rolle.



Der HT-Schätzer für den Mittelwert  $\mu_{Y,d}$  der Analysevariablen in Bezirk  $d$  ist definiert als

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{HT} = \sum_{i \in S_d} w_{di} y_{di} / \hat{N}_d \quad \text{wobei} \quad \hat{N}_d = \sum_{i \in S_d} w_{di} .$$

Hierbei ist  $w_{di} = 1/\pi_{di}$  das Designgewicht und die Menge  $S_d$  besteht aus allen Stichprobenelementen des Bezirks  $d$ . Da der Schätzer nur Informationen verwendet, die in Bezirk  $d$  beobachtet werden, ist er ein sogenannter *direkter Schätzer*.

Die Genauigkeit des Schätzers wird durch seinen mittleren quadratischen Fehler (MSE) gemessen, der wie folgt geschätzt werden kann:

$$MSE(\hat{\mu}_{Y,d}^{HT}) = \frac{1}{\hat{N}_d^2} \sum_{i \in S_d} w_{di} (w_{di} - 1) (y_{di} - \hat{\mu}_{Y,d}^{HT})^2$$

Näheres hierzu findet man bei Särndal u.a. (1992), S. 391.

Anmerkung: Für geschichtete Zufallsstichproben ist der HT-Schätzer für den Gesamtmittelwert  $\mu_Y$  des Untersuchungsmerkmals durch

$$\hat{\mu}_Y^{HT} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L \sum_{i \in S_h} w_{hi} y_{hi}$$

gegeben<sup>15</sup>. Die Beobachtungswerte  $y_{hi}$  innerhalb der Schichten werden mit den Designgewichten  $w_{hi} = 1/\pi_{hi}$  multipliziert, wobei  $\pi_{hi}$  angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit Einheit  $i$  in die Stichprobe aus Schicht  $h$  gelangt.

- *Anwendungsbeispiel: Schätzung des Verkehrsaufkommens*

Die Einwohnermelderegister-Stichprobe im Rahmen der MiD 2017 ist eine geschichtete 2-stufige Zufallsstichprobe (Stufe 1 Gemeinden, Stufe 2 Haushalte) mit größenproportionalen Ziehungswahrscheinlichkeiten auf beiden Auswahlstufen. Betrachtet man zunächst nur eine einzelne Schicht von Gemeinden, so kann das Auswahlverfahren vereinfachend<sup>16</sup> wie folgt beschrieben werden:

<sup>15</sup> Die Doppelsumme auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens ist der HT-Schätzer für den Totalwert des Untersuchungsmerkmals (Summe der geschätzten Schichttotalwerte).

<sup>16</sup> Bei der MiD 2017 liegt in beiden Auswahlstufen tatsächlich eine systematische Auswahl mit größenproportionalen Wahrscheinlichkeiten vor, was die exakte Berechnung von Inklusionswahrscheinlichkeiten schwierig macht. Die Varianzschätzung stellt bei systematischer Zufallsauswahl mit ungleichen Wahrscheinlichkeiten ebenfalls ein komplexes Problem dar. Um die Schätzgenauigkeit wenigstens näherungsweise bestimmen zu können, wird im Folgenden vereinfachend eine pps-Auswahl mit Zurücklegen auf beiden Auswahlstufen unterstellt, was ein gebräuchliches Vorgehen ist.



- Stufe 1: Ziehung (mit Zurücklegen) von  $n$  aus  $N$  Gemeinden unter Verwendung einwohnerproportionaler Wahrscheinlichkeiten.
- Stufe 2: Aus jeder in die Stichprobe gelangten Gemeinde  $i$  Ziehung (mit Zurücklegen) von  $m_i$  aus  $M_i$  Haushalten unter Verwendung haushaltsgrößenproportionaler Wahrscheinlichkeiten ( $i = 1, \dots, n$ ).

Bei diesem 2-stufigen Auswahlverfahren ist die Wahrscheinlichkeit, dass der  $j$ -te Haushalt aus der  $i$ -ten Gemeinde in die Stichprobe kommt (Inklusionswahrscheinlichkeit erster Ordnung<sup>17</sup>), näherungsweise gleich

$$\pi_{(ij)} = \left( n \frac{A_i}{A} \right) \left( m_i \frac{A_{ij}}{A_i} \right) = \frac{nm_i A_{ij}}{A}.$$

Hierbei bezeichnet  $A_i$  die Einwohnerzahl der  $i$ -ten Gemeinde und  $A_{ij}$  die Zahl der Personen im  $j$ -ten Haushalt der  $i$ -ten Gemeinde ( $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M_i$ ).

Bei der Schätzung des Verkehrsaufkommens  $\tau_Y$  (Gesamtzahl der Wege) stellt

$y_{ij}$  Zahl der Wege des  $j$ -ten Haushalts aus der  $i$ -ten Gemeinde

die Analysevariable dar ( $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m_i$ ). Der Horvitz-Thompson-Schätzer für das Verkehrsaufkommen  $\tau_Y$  ist damit durch

$$\hat{\tau}_Y^{HT} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} w_{(ij)} y_{ij}$$

gegeben, wobei die Größen  $w_{(ij)} = 1/\pi_{(ij)} = (nm_i A_{ij}/A)^{-1}$  die Design-Gewichte darstellen. Ein Haushalt aus dem Untersuchungsgebiet erscheint also umso eher in der MiD-Stichprobe, je größer die Zahl  $A_{ij}$  der Haushaltsmitglieder ist und natürlich steigt die Inklusionswahrscheinlichkeit eines Haushalts mit der Stichprobengröße (Zahl der ausgewählten Gemeinden und Zahl der ausgewählten Haushalte je Stichprobengemeinde).

## 5.2 GREG-Schätzer

Beim verallgemeinerten Regressionsschätzer („generalized regression estimator“, GREG) handelt es sich um einen designbasierten Ansatz, der anders als der HT-Schätzer „modellunterstützt“ ist in dem Sinne, dass bestimmte, die Grundgesamtheit

<sup>17</sup> Die Indices sind in Klammern gesetzt, um eine Verwechslung mit der Inklusionswahrscheinlichkeit zweiter Ordnung zu vermeiden.



betreffende Zusatzinformationen über ein lineares Regressionsmodell in die Schätzung einfließen, um die Varianz des Schätzers zu reduzieren.

Der GREG-Schätzer für den Mittelwert  $\mu_{Y,d}$  der Analysevariablen in Bezirk  $d$  ist durch

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{GREG} = \hat{\mu}_{Y,d}^{HT} + (\mu_{X,d} - \hat{\mu}_{X,d}^{HT})^T \hat{\beta}$$

gegeben. Hierbei ist  $\mu_{X,d}$  bzw.  $\hat{\mu}_{X,d}^{HT}$  der  $q$ -dimensionale Vektor der wahren bzw. geschätzten (HT-Schätzung) Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsvariablen in Bezirk  $d$ . Für den Vektor  $\hat{\beta}$  der geschätzten Regressionskoeffizienten<sup>18</sup> gilt

$$\hat{\beta} = \left( \sum_{i \in S} w_i x_i x_i^T \right)^{-1} \sum_{i \in S} w_i x_i y_i.$$

Unter bestimmten Annahmen über die Inklusionswahrscheinlichkeiten, die bei Verkehrserhebungen vom MiD-Typ in der Regel erfüllt sind, kann der mittlere quadratische Fehler des GREG-Mittelwertschätzers durch

$$M\hat{S}E(\hat{\mu}_{Y,d}^{GREG}) = \frac{1}{\hat{N}_d^2} \sum_{i \in S_d} w_{di} (w_{di} - 1) g_{di}^2 r_{di}^2$$

geschätzt werden, wobei

$$r_{di} = y_{di} - x_{di}^T \hat{\beta} \quad \text{und} \quad g_{di} = 1 + (\mu_{X,d} - \hat{\mu}_{X,d}^{HT})^T \left( \sum_{i \in S_d} w_{di} x_{di} x_{di}^T \right)^{-1} x_{di}.$$

Vgl. hierzu Särndal u.a., 1992, S. 401.

Zur praktischen Anwendung des GREG-Schätzers benötigt man für alle Einheiten in der Stichprobe neben dem Analysemerkmal (in der Regel ein Verkehrsverhaltensmerkmal) die Ausprägungen gewisser Hilfsmerkmale, die mit dem Analysemerkmal korreliert sind. Zusätzlich müssen die Hilfsmerkmale auf aggregierter Ebene - hier also auf der Ebene der Bezirke - vorliegen, beispielsweise in Form von Mittelwerten. In der Regel können die aggregierten Werte der Hilfsmerkmale durch Aufbereitung von Registerdaten oder regionalisierten Daten amtlicher oder nichtamtlicher Quellen bestimmt werden. Der Genauigkeitsgewinn, der durch den GREG-Schätzer im Vergleich zum HT-Schätzer erzielt werden kann, hängt von der Stärke der Korrelation zwischen dem Analysemerkmal und den Hilfsmerkmalen ab.

<sup>18</sup> In der vorliegenden Darstellung handelt es sich um den Kleinste-Quadrate-Schätzer für die Regressionskoeffizienten im klassischen linearen Regressionsmodell bezogen auf die Gesamtstichprobe (mit Designgewichten); man spricht in diesem Fall von „kombinierter“ Schätzung. Im Rahmen der Small-Area-Statistik können die Regressionskoeffizienten aber auch getrennt nach Bezirken („areas“) oder Gruppen von Bezirken geschätzt werden (sog. „separate“ Schätzung). Verwendet man, um z.B. lokalen bzw. regionalen Besonderheiten Rechnung zu tragen, für die Schätzung der Regressionskoeffizienten ausschließlich Daten des jeweiligen Bezirks, so liegt - wie beim HT-Schätzer - eine direkte Schätzung vor.



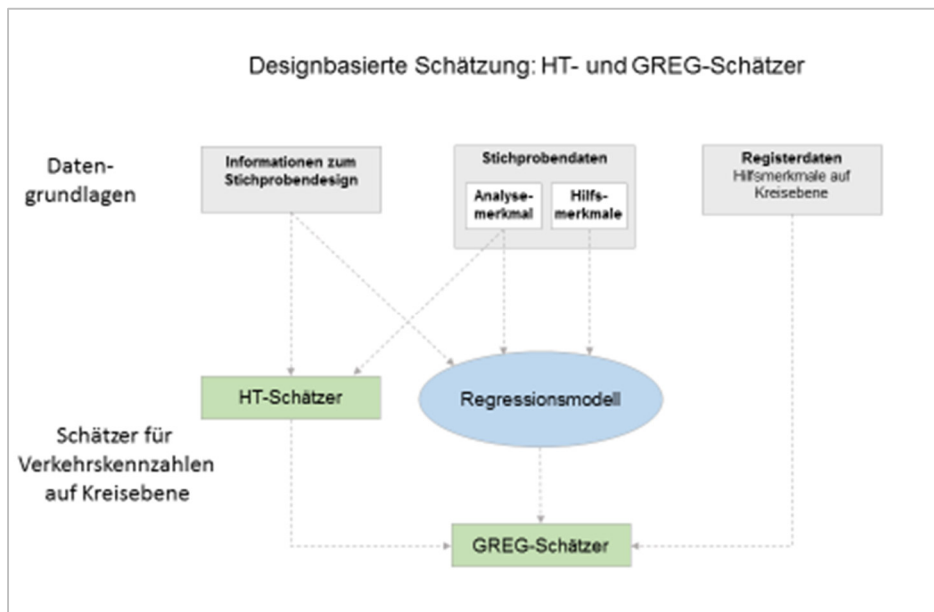
Beim designbasierten Ansatz wird angenommen, dass die gezogene Stichprobe aus der Menge der möglichen Zufallsstichproben stammt, die aus einer endlichen Grundgesamtheit gezogen werden können; die Grundgesamtheit besteht bei dieser Betrachtungsweise aus Elementen mit festen Merkmalswerten, die aber unbekannt sind.

Im Gegensatz hierzu geht man beim modellbasierten Ansatz davon aus, dass die endliche Grundgesamtheit eine zufällige Realisierung aus unendlich vielen möglichen Grundgesamtheiten ist; die Merkmalswerte  $y_i$  der Grundgesamtheit (und damit auch der Grundgesamtheitsmittelwert) sind unter dem modellbasierten Ansatz also nicht fest, sondern zufallsabhängig<sup>19</sup>. Im nachfolgenden Kapitel 6 wird die modellbasierte Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Unit-Level-Modell behandelt. Die Darstellung der Schätzung im Area-Level-Modell findet sich in Kapitel 7.

### 5.3 Grafische Veranschaulichung der designbasierten Schätzung: HT- und GREG-Schätzer

Die designbasierte Schätzung kleinräumiger Verkehrs- bzw. Mobilitätskennzahlen wird im folgenden Schaubild nochmals verdeutlicht. Als „small areas“ werden dabei Stadt- bzw. Landkreise angenommen.

ABBILDUNG 2 –Designbasierte Schätzung



<sup>19</sup> Man spricht deshalb auch von Prognose („prediction“) und nicht von Schätzung („estimation“).



## 6 Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Unit-Level-Modell

### 6.1 Synthetischer Schätzer

Es sei  $y_{di}$  der Wert des Analysemerkmals für die Einheit<sup>20</sup>  $i$  in Bezirk  $d$ . Jedem Grundgesamtheitselement  $i$  in Bezirk  $d$  seien  $q$  Hilfsmerkmale  $x_{dik}$  zugeordnet; der  $q$ -dimensionale Vektor  $x_{di} = (x_{di1}, \dots, x_{diq})^T$  wird Vektor der Kovariablen der Einheit  $i$  in Bezirk  $d$  genannt ( $x_{di1} = 1$ ).

Im Unit-Level-Modell wird zwischen  $y_{di}$  und  $x_{di}$  ein Zusammenhang der Form

$$y_{di} = x_{di}^T \beta + u_d + \varepsilon_{di} \quad (i=1, \dots, N_d; d=1, \dots, D)$$

unterstellt, wobei  $\beta$  der  $q$ -dimensionale Vektor der Regressionskoeffizienten ist. Die  $u_d$  sind die bezirksspezifischen zufälligen Effekte mit  $E(u_d) = 0$  und  $\text{var}(u_d) = \sigma_u^2$ , die  $\varepsilon_{di}$  sind die (von den  $u_d$  unabhängigen) zufälligen Fehler mit  $E(\varepsilon_{di}) = 0$  und  $\text{var}(\varepsilon_{di}) = \sigma_\varepsilon^2$ . Die Zufallsvariablen  $u_d$  und  $\varepsilon_{di}$  werden als normalverteilt angenommen.

Die interessierenden Kennzahlen sind die Bezirksmittelwerte des Analysemerkmals.

Unter dem Unit-Level-Modell<sup>21</sup> ist

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{\text{SYNTH}_A} = \mu_{X,d}^T \hat{\beta}$$

der synthetische Schätzer für den Grundgesamtheitsmittelwert des Analysemerkmals in Bezirk  $d$ , wobei  $\mu_{X,d}$  den  $q$ -dimensionalen Vektor der Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsvariablen in Bezirk  $d$  bezeichnet und  $\hat{\beta}$  der Vektor der geschätzten Regressionskoeffizienten des obigen gemischten Modells ist, in welchen die Daten der Gesamtstichprobe - also nicht nur die Daten aus Bezirk  $d$  - einfließen.

### 6.2 Zusammengesetzter Schätzer: EBLUP\_A

Wenn das für die Gesamtheit unterstellte Modell A auch in allen Bezirken zutrifft, ist der mittlere quadratische Fehler (MSE) des synthetischen Schätzers klein. Gibt es allerdings in den Bezirken strukturelle Besonderheiten, so kann der synthetische

<sup>20</sup> Als Einheiten kommen bei der MiD 2017 vorrangig Personen (genauer: Personentage) in Betracht.

<sup>21</sup> Im Kontext der Small-Area-Schätzung wird das Unit-Level-Modell abkürzend auch Modell A genannt, das Area-Level-Modell entsprechend Modell B.





Schätzer unter Umständen stark verzerrt sein. Durch Bildung eines sog. „zusammengesetzten“ Schätzers (gewogener Durchschnitt eines designbasierten und eines synthetischen Schätzers), kann eine Balance zwischen der möglichen Verzerrung des synthetischen Schätzers und der Instabilität des direkten Schätzers hergestellt werden.

Kombiniert man den GREG-Schätzer mit dem SYNTH\_A-Schätzer, so erhält man<sup>22</sup> einen „empirischen besten linearen unverzerrten Prädiktor“ (EBLUP\_A) für den Grundgesamtheitsmittelwert des Analysemerkmals in Bezirk  $d$  :

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-A} = \gamma_d^A \hat{\mu}_{Y,d}^{GREG} + (1 - \gamma_d^A) \hat{\mu}_{Y,d}^{SYNTH-A} = \gamma_d^A (\hat{\mu}_{Y,d} - \hat{\mu}_{X,d}^T \hat{\beta}_A) + \mu_{X,d}^T \hat{\beta}_A$$

wobei

$$\gamma_d^A = \frac{\hat{\sigma}_{u,A}^2}{\hat{\sigma}_{u,A}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon,A}^2 / n_d}$$

Hierbei sind  $\hat{\mu}_{Y,d}$  und  $\hat{\mu}_{X,d}$  die HT-Schätzer<sup>23</sup> für den Mittelwert der Analysevariablen  $y$  bzw. den Mittelwertvektor der Hilfsvariablen  $X$  für Bezirk  $d$  ; bei den Größen  $\hat{\beta}_A$ ,  $\hat{\sigma}_{u,A}^2$  und  $\hat{\sigma}_{\varepsilon,A}^2$  handelt es sich um die geschätzten Parameter des gemischten linearen Modells<sup>24</sup> (das Subskript  $A$  zeigt an, dass die Regressionskoeffizienten sowie die Varianzkomponenten  $\sigma_u^2$  und  $\sigma_\varepsilon^2$  in Abhängigkeit von Modell A (Unit-Level-Modell) geschätzt werden). Im Vektor  $\mu_{X,d}$  sind wie zuvor die Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsvariablen in Bezirk  $d$  zusammengefasst.

Der Gewichtungsfaktor  $\gamma_d (= \gamma_d^A)$ , dessen Wert zwischen Null und Eins liegt, gibt den Anteil der Modellvarianz  $\hat{\sigma}_u^2$  an der Gesamtvarianz  $\hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 / n_d$  an. Ist die Modellvarianz relativ klein, erhält die synthetische Komponente ein stärkeres Gewicht; umgekehrt erhält der GREG-Schätzer ein höheres Gewicht, wenn der bezirksspezifische Stichprobenumfang  $n_d$  wächst.

Für den Fall, dass die Zahl der Bezirke hinreichend groß ist, kann der mittlere quadratische Fehler des zusammengesetzten Schätzers durch

<sup>22</sup> Bei Vernachlässigung des Korrekturfaktors für endliche Gesamtheiten.

<sup>23</sup> Bei einfacher Zufallsauswahl entspricht der HT-Schätzer dem bezirksspezifischen Stichprobenmittelwert der betreffenden Variablen.

<sup>24</sup> Das Unit-Level-Modell (Modell A) ist ein gemischtes lineares Modell – auch Multi-Level-Modell genannt – mit den beiden Ebenen „Person“ und „Bezirk“.



$$M\hat{S}E(\hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-A}) = \frac{\gamma_d \hat{\sigma}_\varepsilon^2}{n_d} (1 - \gamma_d)^2 \mu_{X,d}^T \hat{V} \mu_{X,d}$$

geschätzt werden, wobei  $\hat{V}$  die geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix von  $\hat{\beta}$  ist. In anderen Fällen ist ein komplexerer MSE-Schätzer zu verwenden.

Der Schätzer  $\hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-A}$  ist einer der beiden „Standard-Schätzer“ der Small-Area-Statistik. Der zweite Standard-Schätzer, der eine gewichtete Kombination eines HT-Schätzers und eines SYNTH\_B-Schätzers ist, wird nachfolgend in Kapitel 7 dargestellt.

### 6.3 Der Pseudo-EBLUP-Ansatz von You und Rao zur Berücksichtigung von Designgewichten bei Small-Area-Schätzungen

In der oben dargestellten Standardform des Unit-Level-Modells (EBLUP\_A) werden Informationen zum Stichprobendesign nicht berücksichtigt. Design-unverzerrte Ergebnisse sind daher nur bei einfacher Zufallsauswahl zu erwarten. You und Rao (2002) verwenden im Gegensatz zum Standardmodell die Designgewichte, die dann derart in beide Komponenten des zusammengesetzten Schätzers („Pseudo-EBLUP von You und Rao“) einfließen, dass ein design-konsistenter Schätzer resultiert. Weiterhin schätzen sie die Parameter des Modells unter Nebenbedingungen, sodass automatisch die Benchmark-Eigenschaft im Sinne des nationalen Gesamtwertes erfüllt wird<sup>25</sup>. Hierzu werden unter anderem die Designgewichte (inverse Inklusionswahrscheinlichkeiten) reskaliert, d.h. so modifiziert, dass die Summe der reskalierten Gewichte der Stichprobeneinheiten in jedem Bezirk gleich Eins ist. Im Kern handelt es sich beim Pseudo-EBLUP-Ansatz um die Transformation eines gemischten Unit-Level-Modells in ein survey-gewichtetes Area-Level-Modell.

Eine Kurzübersicht mit formelmäßiger Darstellung des Mittelwertschätzers von You und Rao findet man bei Münnich, Gabler u.a. (2012), S. 47-48.

### 6.4 Der Ansatz von Verret, Hidiroglou und Rao zur Small-Area-Schätzung bei informativen Stichprobendesigns

Bei der Herleitung des zusammengesetzten Schätzers EBLUP\_A wird implizit von einem „nicht-informativen“ Stichprobendesign ausgegangen, d.h. es wird unterstellt, dass das für die Grundgesamtheit gültige Modell auch für die Stichprobe zutrifft (Pfeffermann und Sverchkov, 2007). Bei Business-Surveys kann diese Annahme verletzt sein, da die Gewichte der Stichprobeneinheiten mit der Analysevariablen

<sup>25</sup> Vereinfachend kann man die Benchmark-Eigenschaft auch durch Normierung der Small-Area-Schätzungen gewährleisten (Verminderung bzw. Erhöhung der Small-Area-Schätzungen um einen konstanten Faktor, so dass die Summe der modifizierten Small-Area-Schätzungen mit der direkten Schätzung für das Untersuchungsgebiet insgesamt übereinstimmt).



zusammenhängen können und zwar auch dann, wenn man gewisse Kovariablen als gegeben betrachtet (Burgard, Zimmermann und Münnich, 2012).

Die Verzerrung durch ein informatives Stichprobendesign kann unter bestimmten Voraussetzungen beseitigt oder abgemildert werden, indem man die Designgewichte als eine zusätzliche Kovariable in das statistische Modell aufnimmt (Verret, Hidioglou und Rao, 2010). Die Small-Area-Schätzung kann dann mit dem so erweiterten Modell<sup>26</sup> durchgeführt werden, vorausgesetzt man kennt für jede Gebietseinheit die Grundgesamtheitssumme der Gewichte.

Beim Multiple-Frame-Survey MiD 2017, wo Haushalte die Auswahleinheiten darstellen, liegt der Verdacht auf ein informatives Stichprobendesign nahe, da jede Einzelstichprobe nach einem pps-Verfahren gezogen worden ist. Weil als Größenmerkmal die Zahl der Personen bzw. der Festnetz- oder Mobilfunkanschlüsse im Haushalt dient, kann man vermuten, dass in der Tendenz auf der Haushaltsebene hohe Designgewichte (typisch für „kleine“ Haushalte) mit niedrigen Werten der haushaltsbezogenen Mobilitätsmerkmale (z.B. Gesamtwegezähl der Haushaltsmitglieder am Berichtstag) einhergehen.

Tatsächlich weist eine Korrelationsanalyse auf einen negativen Zusammenhang zwischen dem Designgewicht und bestimmten Mobilitätsmerkmalen von Haushalten hin. Gleiches gilt im Übrigen, wenn man anstelle des Designgewichts das finale Haushaltsgewicht (nach Kalibrierung) betrachtet:

Pearsonsche Korrelationskoeffizienten		
	Gesamtzahl Wege der Haushaltsmitglieder	Gesamte Tagesstrecke der Haushaltsmitglieder
Designgewicht des Haushalts	-0,079	-0,037
Finales Gewicht des Haushalts	-0,080	-0,047

Wenn auch die Korrelationskoeffizienten nahe bei Null liegen, so sind wegen des großen Stichprobenumfangs ( $n \approx 150.000$  Haushalte) die Ergebnisse doch hochsignifikant.

Obschon das Haushaltsgewicht auf die im Haushalt lebenden Personen übertragen wird, ist auf der Personenebene nicht in diesem Maße mit einer Korrelation zwischen Personengewicht und personenbezogenen Mobilitätsmerkmalen (z.B. Wegezähl der Person am Berichtstag) zu rechnen. Zwar haben Personen aus kleinen (großen) Haushalten typischerweise ein hohes (niedriges) Designgewicht, doch weiß man aus Erfahrung, dass das individuelle Mobilitätsverhalten hauptsächlich von Merkmalen der Person und weniger von Merkmalen des Haushalts (insbesondere Haushaltsgröße) abhängt. Diese Vermutung wird durch eine entsprechende Korrelationsanalyse bestätigt:

<sup>26</sup> Die Erweiterung kann sowohl den EBLUP- als auch den Pseudo-EBUP-Ansatz betreffen (Burgard, Zimmermann und Münnich, 2012).



Pearsonsche Korrelationskoeffizienten		
	Wegezahll der Person	Tagesstrecke der Person
Finales Personengewicht	-0,015	-0,016

Zwar sind auch diese Befunde wegen des extrem hohen Stichprobenumfangs ( $n \approx 300.000$  Personen) statistisch signifikant, doch wird hier deutlich, dass bei Hochrechnungen auf der Personenebene die Problematik „informativer“ Stichprobendesigns keine wesentliche Rolle spielt.

Analysiert man mit Hilfe entsprechender linearer gemischter Regressionsmodelle den Zusammenhang zwischen Mobilitätsmerkmalen der Person und dem (finalen) Personengewicht unter Einbeziehung von Kovariablen wie Alter und Geschlecht der Person sowie Zahl der Pkw im betreffenden Haushalt, so verliert der Faktor Personengewicht weiter an Bedeutung. Da bei der Small-Area-Schätzung im Rahmen der MiD 2017 personenbezogene Mobilitätsmerkmale bzw. Wegemerkmale eindeutig im Vordergrund stehen, kann man zusammenfassend feststellen, dass ein Rückgriff auf „erweiterte“ Modelle im Sinne des Ansatzes von Verret, Hidioglou und Rao nicht erforderlich ist.

## 6.5 Small-Area-Schätzung von Verhältniszahlen und Anteilswerten

Neben Mittelwerten und Totalwerten von Merkmalen des Mobilitätsverhaltens sind bei der MiD 2017 auch Verhältniszahlen und Anteilswerte für kleine Gebietseinheiten zu schätzen. Typische Beispiele sind auf der Personenebene die Mobilitätsquote und auf der Wegeebene die Anteile der verschiedenen Verkehrsmittel am gesamten Verkehrsaufkommen. Da auf der Ebene der Einheiten (Personen bzw. Wege) die entsprechenden Variablen binär sind, wäre zunächst an *verallgemeinerte* gemischte Modelle zu denken, z.B. ein Binomialmodell mit logistischer Link-Funktion.

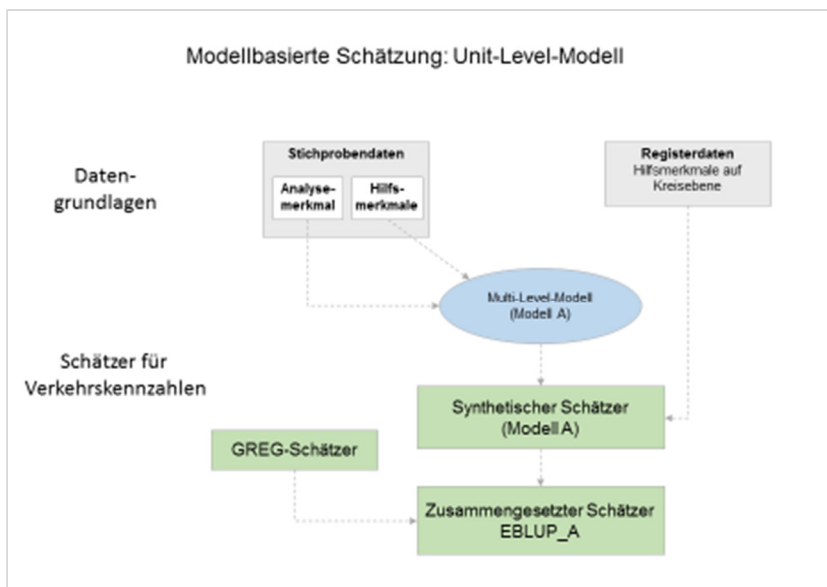
Mit solchen Modellen, die für kategoriale Daten besser geeignet sind, kann man bessere Schätzungen für sehr kleine Bezirke erwarten. Allerdings erfordern Binomialmodelle sowohl in der Schätzung (wegen notwendigerweise iterativer Verfahren) als auch in der Vorhersage (wegen der Nichtlinearität der Hochrechnung) einen erheblich höheren Rechen- und Speicheraufwand (MCMC-Methoden, „Markov chain Monte Carlo“); hinzu kommt, dass derzeit noch kein überzeugendes Konzept - einschließlich Software - existiert, wie auf einem Datensatz der bei der MiD 2017 vorliegenden Größe eine Varianzschätzung durchgeführt werden kann (Münnich, Gabler u.a. (2012), S. 48-49). Zu ganz ähnlichen Bewertungen kommen auch andere Arbeiten. So begründen z.B. Boonstra u.a. (2011) ausführlich die Verwendung linearer statt logistischer Modelle für Small-Area-Schätzungen im Bereich der Arbeitsmarktstatistik. Die Schätzung von Anteilswerten für kleine Gebietseinheiten ist auch Gegenstand eines Methodenvergleichs von Chandra u.a. (2009); die Autoren kommen zu dem Resultat, dass der empirische beste Prädiktor (EBP) unter einem verallgemeinerten linearen gemischten Modell und der modellbasierte direkte Schätzer (MBDE) unter einem linearen gemischten Modell sich hinsichtlich der Güte der Schätzung kaum unterscheiden. Die Vorzüge des MBDE im Vergleich zum EBP sind: rechentechnische Einfachheit, Robustheit gegen Fehlspezifikationen des Modells und Unkompliziertheit der Schätzung des mittleren quadratischen Fehlers (MSE). Die vorliegende Arbeit folgt diesen Empfehlungen.



## 6.6 Grafische Veranschaulichung: Modellbasierte Schätzung im Unit-Level-Modell

Grafisch kann die Small-Area-Schätzung im Unit-Level-Modell wie folgt veranschaulicht werden:

ABBILDUNG 3 – Modellbasierte Schätzung im Unit-Level-Modell



### Beispiel:

Ausnutzung des statistischen Zusammenhangs zwischen der Analysevariablen Tägliche Wegstrecke (in km) und der Hilfsvariablen Erwerbstätigkeit (1 = erwerbstätig, 0 = nicht erwerbstätig) von Personen bei der Schätzung kleinräumiger Verkehrsleistungskennzahlen (Kreisebene).

Bei Small-Area-Schätzungen auf Basis des Unit-Level-Modells kann der Total- bzw. Mittelwert eines Analysemerkmals für einen Bezirk  $d$  im Übrigen auch dann geschätzt werden, wenn für diesen Bezirk keine Stichprobendaten vorliegen („non-sampled area“). Voraussetzung hierfür ist, dass man für den betreffenden Bezirk die auf die Grundgesamtheit bezogenen Total- bzw. Mittelwerte der Hilfsmerkmale kennt. Als Schätzer für den kleinräumigen Total- bzw. Mittelwert des Analysemerkmals dient dann der entsprechende SYNTH\_A-Schätzer.



## 7 Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Area-Level-Modell

### 7.1 Synthetischer Schätzer

Im aggregierten Area-Level-Modell („Modell B“) geht man von einem Zusammenhang auf der Ebene der Bezirke aus und stellt den Bezirksmittelwert des Analysemerkmals in Abhängigkeit von den Bezirksmittelwerten der Hilfsmerkmale wie folgt dar:

$$\bar{y}_d = \bar{x}_d^T \beta + u_d + \bar{e}_d$$

Hierbei ist  $\beta$  der Vektor der Regressionskoeffizienten; bei den  $u_d$  handelt es sich um die bezirksspezifischen zufälligen Effekte und bei den  $\bar{e}_d$  um die von den zufälligen Effekten unabhängigen Stichprobenfehler. Unter den üblichen Annahmen gilt für die Gesamtvarianz

$$\text{var}(u_d + \bar{e}_d) = \sigma_u^2 + \sigma_e^2 / n_d.$$

Schätzt man die Varianz  $\sigma_e^2$  durch den gepoolten Schätzer

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{n-D} \sum_d \sum_i (y_{di} - \bar{y}_d)^2,$$

so können anschließend die Parameter  $\beta$  und  $\sigma_u^2$  des Area-Level-Modells iterativ geschätzt werden.

Die Hochrechnung erfolgt analog zum synthetischen Modell SYNTH\_A:

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{\text{SYNTH-B}} = \mu_{X,d}^T \hat{\beta}$$

Auch die MSE-Schätzung wird analog durchgeführt, d.h.

$$M\hat{S}E(\hat{\mu}_{Y,d}^{\text{SYNTH-B}}) = \hat{\sigma}_u^2 + \mu_{X,d}^T \hat{V} \mu_{X,d},$$

wobei  $\hat{V}$  die geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix von  $\hat{\beta}$  ist.

### 7.2 Zusammengesetzter Schätzer: EBLUP\_B

Im Area-Level-Modell erhält man einen „empirischen besten linearen unverzerrten Prädiktor“ (EBLUP\_B) für den Grundgesamtheitsmittelwert  $\mu_{Y,d}$  des Analysemerkmals in Bezirk  $d$ , indem man den SYNTH\_B-Schätzer mit dem entsprechenden HT-Schätzer (direkter Schätzer) kombiniert:



$$\hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-B} = \gamma_d^B \hat{\mu}_{Y,d}^{HT} + (1 - \gamma_d^B) \hat{\mu}_{Y,d}^{SYNTH-B} = \gamma_d^B (\hat{\mu}_{Y,d}^{HT} - \mu_{X,d}^T \hat{\beta}_B) + \mu_{X,d}^T \hat{\beta}_B$$

wobei 
$$\gamma_d^B = \frac{\hat{\sigma}_{u,B}^2}{\hat{\sigma}_{u,B}^2 + \hat{\sigma}_{e,B}^2 / n_d}$$

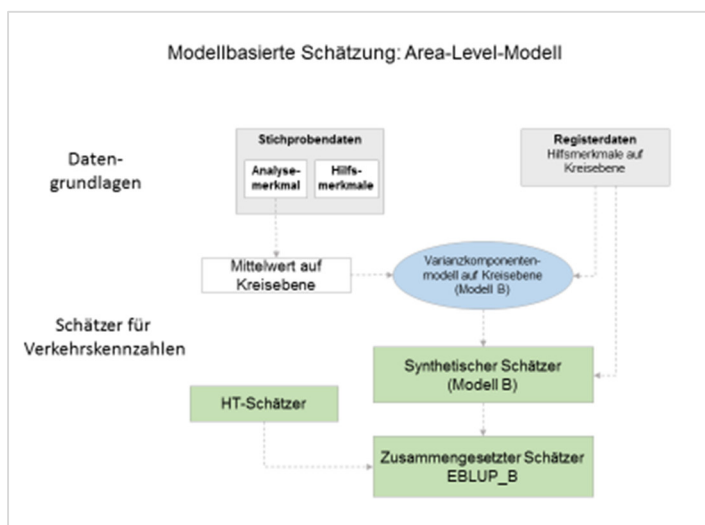
Für „große“ Bezirke, wo  $\gamma_d^B$  nahe Eins liegt, entspricht der zusammengesetzte Schätzer weitgehend dem direkten Schätzer; für „kleine“ Bezirke, wo sich  $\gamma_d^B$  dem Wert Null nähert, liegt der zusammengesetzte Schätzer nahe beim synthetischen Schätzer. Gibt es für einen Bezirk  $d$  zwar die aggregierten Hilfsmerkmale aber keine Stichprobendaten, so verwendet man für die Hochrechnung den synthetischen Schätzer.

Für die Schätzung des mittleren quadratischen Fehlers des zusammengesetzten Schätzers unter dem Area-Level-Modell gibt es mehrere statistische Ansätze (Gosh und Rao, 1994, S. 62-65). Der in Abschnitt 6.2 für den zusammengesetzten Schätzer (EBLUP\_A) angegebene MSE-Schätzer kann analog auch im Area-Level-Modell verwendet werden.

### 7.3 Grafische Veranschaulichung: Modellbasierte Schätzung im Area-Level-Modell

Grafisch kann die Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Area-Level-Modell wie folgt veranschaulicht werden:

ABBILDUNG 4 – Modellbasierte Schätzung im Area-Level-Modell



**Beispiel:**

Ausnutzung des statistischen Zusammenhangs zwischen der mittleren täglichen Wegstrecke in km pro Einwohner und Tag (= direkte Mittelwertschätzung auf Stichprobenbasis) und dem Erwerbstätigenanteil (= Hilfsmerkmal aus „Register“) auf der Ebene der Bezirke (Kreisebene).



## 8 Illustration der Small-Area-Schätzmethode unter Verwendung eines Beispieldatensatzes

### 8.1 Beispieldatensatz

Zum besseren Verständnis werden die oben beschriebenen Small-Area-Methoden zur Schätzung kleinräumiger Verkehrskennzahlen im Folgenden anhand eines kleinen Beispieldatensatzes aus einer fiktiven Mobilitätserhebung illustriert, der vom grundsätzlichen Aufbau her aber dem MiD-Datensatz entspricht. Konkrete Ergebnisse von komplexen Small-Area-Schätzungen für die Landkreise und kreisfreien Städte der Bundesrepublik Deutschland auf Basis der MiD-Daten werden in Kapitel 9 dargestellt.

In einem Untersuchungsgebiet mit insgesamt  $N=414.016$  Einwohnern wurden über das dortige regionale Einwohnermelderegister  $n=922$  Personen zufällig ausgewählt<sup>27</sup> und zu ihrem Verkehrsverhalten an einem ebenfalls zufällig ausgewählten Stichtag innerhalb eines 12-monatigen Untersuchungszeitraums befragt. Als Verhaltensmerkmal wurde unter anderem die tägliche Verkehrsleistung der Person, d.h. die am Befragungstichtag zurückgelegte Wegstrecke in km, erhoben; daneben umfasst der Datensatz die Personenmerkmale Alter (in Jahren) und Geschlecht (1=weiblich, 0=männlich) sowie das Merkmal Typ des Befragungstichtags (1=Werktag, 0=Wochenendtag). Auch die Wohngemeinde (G01 bis G30) der befragten Person ist im Datensatz enthalten. Die nachfolgende Darstellung zeigt den Aufbau des Stichprobendatensatzes in schematischer Form:

TABELLE 1 – Aufbau des Beispieldatensatzes

Lfd. Nr. der Person	Wohn-gemeinde	Typ des Befragungstags	Alter in Jahren	Geschlecht	Wegstrecke am Befragungstag in km
1					
2					
3					
...	...	...	...	...	...
921					
922					

Im Untersuchungsgebiet liegen 31 Gemeinden, von denen 30 in der Stichprobe vertreten sind. Ziel der Hochrechnung ist zunächst die Schätzung der auf das Untersuchungsgebiet insgesamt bezogenen mittleren täglichen Wegstrecke der Einwohner (km pro Person und Tag) im Untersuchungszeitraum. Daneben ist diese Mobilitätskennzahl aber auch in kleinräumiger Gliederung, d.h. auf Gemeindeebene zu ermitteln. Multipliziert man die genannte Mobilitätskennzahl mit dem Produkt aus Einwohnerzahl und Länge des Untersuchungszeitraums (365 Tage), so erhält man die

<sup>27</sup> Die Nonresponse-Problematik wird an dieser Stelle noch nicht behandelt.





Verkehrskennzahl „Personenverkehrsleistung der Einwohner des Untersuchungsgebiets bzw. der einzelnen Gemeinden im Untersuchungszeitraum“.

Die nachfolgende Übersicht zeigt die Verteilung der Befragten auf die Gemeinden („small areas“) des Untersuchungsgebiets; dabei wird bereits deutlich, dass wegen des teilweise sehr geringen gemeindespezifischen Stichprobenumfangs direkte Schätzungen vielfach nicht in Betracht kommen. Für indirekte Schätzungen stehen aus der amtlichen Statistik auf der Gemeindeebene als Hilfsmerkmale folgende Grundgesamtheitsgrößen zur Verfügung:

- Anzahl Einwohner
- Durchschnittsalter der Einwohner (in Jahren)
- Anteil weibliche Personen.

Insgesamt ergeben sich damit folgende gemeindespezifischen Rahmendaten für die Small-Area-Schätzungen:

TABELLE 2 – Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsmerkmale nach Gemeinden

Gemeinde	Befragte	Einwohner	Durchschnittsalter (Jahre)	Anteil weibliche Personen
G01	15	7.053	43,5	0,494
G02	18	4.640	44,9	0,507
G03	6	4.041	43,6	0,499
G04	8	6.767	44,2	0,498
G05	80	35.368	43,6	0,507
G06	22	3.572	41,9	0,496
...	...	...	...	...
G29	55	26.373	44,4	0,509
G30	24	15.041	44,1	0,506
G31	-	2.479	46,8	0,466
Insgesamt	922	414.016	43,9	0,508

Der Grundgesamtheitsanteil der Personentage, welche zum Tagestyp „Werktag“ gehören wird einheitlich mit 0,714 (=5/7) angenommen.

Mit diesen Beispieldaten wird im Folgenden unter Verwendung der Statistik-Software SAS ein Unit-Level-Modell geschätzt. Zur Illustration der Vorzüge der Small-Area-Schätzmethoden wird vorab aber zunächst der Horvitz-Thompson-Schätzer und der GREG-Schätzer für die mittlere tägliche Personenverkehrsleistung der Einwohner der einzelnen Gemeinden des Untersuchungsgebiets berechnet.



## 8.2 HT-Schätzer

Geht man von gleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten aus, so stimmt der (modifizierte) HT-Schätzer für den gemeindespezifischen Mittelwert der täglichen Wegstrecke von Personen mit dem ungewogenen Stichprobenmittelwert überein:

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{HT} = \sum_{i \in S_d} w_{di} y_{di} / \hat{N}_d = \bar{y}_d$$

Verzichtet man bei der Mittelwertschätzung auf die Verwendung von Hilfsinformationen, so erhält man für die Gemeinden des Untersuchungsgebiets folgende Ergebnisse:

TABELLE 3 – Horvitz-Thompson-Schätzer für die mittlere tägliche Wegstrecke

Gemeinde	Stichprobenumfang	HT-Schätzer <sup>28</sup> (km/Tag)	Standardfehler	rel. Standardfehler
G01	15	70,78	11,41	0,16
G02	18	37,05	7,04	0,19
G03	6	83,14	28,34	0,34
G04	8	37,00	10,16	0,27
G05	80	37,99	5,49	0,14
G06	22	30,84	7,42	0,24
...	...	...	...	...
G30	24	35,14	12,06	0,34
Insgesamt	922	39,34	1,80	0,046

Für das Untersuchungsgebiet als Ganzes wird auf Basis von 922 Befragten die pro Person und Tag zurückgelegte Wegstrecke auf 39,34 km geschätzt (sog. „national sample mean“). Bei einem geschätzten Standardfehler von 1,80 km/Tag erhält man für das 95-Prozent-Konfidenzintervall die Untergrenze 35,74 km/Tag und die Obergrenze 42,94 km/Tag. Dass trotz des großen Stichprobenumfangs die Schätzung erstaunlich wenig genau ist, liegt an der bekanntermaßen sehr starken Streuung des Analysemerkmals (die Standardabweichung der täglichen Wegstrecke beträgt im Beispieldatensatz 54,62 km/Tag, was einem Variationskoeffizienten von 138,9 Prozent (!) entspricht).

Während für das Untersuchungsgebiet als Ganzes der relative Standardfehler mit 4,6 Prozent noch in einer vertretbaren Größenordnung liegt, tauchen bei den Schätzungen auf Gemeindeebene „akzeptable“ relative Standardfehler (Werte unter 10 Prozent) praktisch nicht auf: Gemeindespezifische Mittelwerte der täglichen Wegstrecke von Personen und damit auch gemeindespezifische Totalwerte („Verkehrsleistung der Einwohner“) lassen sich ohne Hilfsinformationen auf Gemeindeebene nicht mit der erforderlichen Genauigkeit schätzen.

Angesichts der Instabilität der HT-Schätzung - die in der Stichprobe festgestellte mittlere tägliche Wegstrecke liegt zwischen 26,77 km/Tag (Gemeinde G08) und 83,14

<sup>28</sup> Identisch mit Stichprobenmittelwert



km/Tag (Gemeinde G03) - wäre es für den Fall, dass effektiv *keine* Hilfsinformationen auf Gemeindeebene verfügbar sind, naheliegend, für alle Gemeinden im Untersuchungsgebiet einheitlich den Gesamtmittelwert 39,34 km/Tag als Schätzung zu verwenden. Die geschätzte Gesamtverkehrsleistung der Einwohner wäre dann einfach direkt proportional zur Einwohnerzahl der Gemeinde.

### 8.3 GREG-Schätzer

Gemäß Abschnitt 5.2 ist der GREG-Schätzer für den Mittelwert  $\mu_{Y,d}$  der Analysevariablen „Tägliche Wegstrecke von Personen“ in Gemeinde  $d$  durch

$$\hat{\mu}_{Y,d}^{GREG} = \hat{\mu}_{Y,d}^{HT} + (\mu_{X,d} - \hat{\mu}_{X,d}^{HT})^T \hat{\beta}$$

gegeben. Die beiden in der obigen Formel erscheinenden Horvitz-Thompson-Schätzer entsprechen bei einfacher Zufallsauswahl gerade dem Stichprobenmittelwert der Analysevariablen bzw. dem Vektor der Stichprobenmittelwerte der Hilfsvariablen, jeweils bezogen auf die betrachtete Gemeinde.

Für die Spezifizierung des linearen Regressionsmodells, welches der GREG-Schätzung zugrunde liegt, kommen verschiedene Möglichkeiten in Betracht:

- Klassisches multiples lineares Regressionsmodell oder Multi-Level-Modell (im Kontext der Small-Area-Schätzung unter Modell A)
- Schätzung der Regressionskoeffizienten kann sich auf die gesamte Stichprobe beziehen oder getrennt nach Gemeinden („small areas“) oder Gruppen von Gemeinden erfolgen.

In den GREG-Schätzer fließen beim vorliegenden Beispieldatensatz zum einen die gemeindespezifischen Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsvariablen (vgl. Tabelle 2 in Abschnitt 8.1) und zum anderen die in der folgenden Tabelle 4 dargestellten gemeindespezifischen Stichprobenmittelwerte der Hilfsvariablen ein:

TABELLE 4 – Stichprobenmittelwerte der Hilfsmerkmale

Gemeinde	Stichprobenumfang	mittl. Alter der Befragten	Anteil weibl. Befragte (%)	Befragungstag Werktag (%)
G01	15	45,5	46,7	73,3
G02	18	42,2	61,1	61,1
G03	6	42,0	33,3	83,3
G04	8	40,3	62,5	62,5
G05	80	45,1	57,5	81,3
G06	22	37,9	50,0	68,2
...	...	...	...	...
G30	24	42,0	54,2	45,8
Insgesamt	922	43,0	54,0	71,8



Geht man vom multiplen linearen Regressionsmodell

$$y_i = x_i^T \beta + \varepsilon_i$$

mit den üblichen Annahmen über die Residuen aus, so ist

$$\hat{\beta} = \left( \sum_{i=1}^n x_i^T x_i \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^T y_i \right)$$

der Kleinste-Quadrate-Schätzer für den Vektor der Regressionskoeffizienten.

Mit dem hier verwendeten Beispieldatensatz (922 Fälle) erhält man folgende Parameterschätzungen:

TABELLE 5 – Koeffizienten des multiplen linearen Regressionsmodells

	Schätzwert	Standardfehler	t-Wert	Signifikanzniveau
Konstante	53,4254	8,4259	6,48	<0,0001
ALTER	-0,2749	0,1673	-1,64	0,1008
WEIBLICH	-13,9698	3,5737	-3,91	<0,0001
WERKTAG	7,3218	3,9655	1,85	0,0652

Für das Untersuchungsgebiet als Ganzes (922 Befragte) erhält man den folgenden GREG-Schätzer für die mittlere tägliche Wegstrecke der Einwohner:

$$\begin{aligned} \text{GREG-Schätzer(Gesamtgebiet)} &= 39,3381 + \\ &+ \{(43,9-43,0)(-0,2749) + (0,508-0,540)(-13,9698) + (0,714-0,718)(7,3218)\} \\ &= 39,3381 + 0,1703 = 39,5084 \approx 39,51 \text{ km/Tag} \end{aligned}$$

Wie man sieht, weicht im vorliegenden Fall der GREG-Schätzer (39,51 km/Tag) nur geringfügig vom HT-Schätzer (39,34 km/Tag) ab; der Grund hierfür liegt darin, dass sich die Stichproben- und Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsvariablen auf der Ebene des gesamten Untersuchungsgebiets nur wenig unterscheiden.

Greift man zur Illustration des „kleinräumigen“ GREG-Schätzers z.B. die Gemeinde G05 als „small area“ heraus (80 Befragte), so ergibt sich unter Verwendung der Koeffizienten aus Tabelle 5 und der Daten aus den Tabellen 2, 3 und 4 der folgende Schätzwert für die mittlere tägliche Wegstrecke der Einwohner dieser Gemeinde:

$$\begin{aligned} \text{GREG-Schätzer(Gemeinde G05)} &= 37,9866 + \\ &+ \{(43,6-45,1)(-0,2749) + (0,507-0,575)(-13,9698) + (0,7143-0,8125)(7,3218)\} \\ &= 37,9866 + 0,6433 = 38,6299 \approx 38,63 \text{ km/Tag} \end{aligned}$$



Wie man sieht, liegt im Fall der Gemeinde G05 der GREG-Schätzer um 0,64 km/Tag über dem HT-Schätzer (37,99 km/Tag). Ursächlich hierfür sind die (hier als zufallsbedingt angenommenen) Strukturunterschiede zwischen Stichprobe und Gesamtheit, die durch den GREG-Schätzer „ausgeglichen“ werden:

TABELLE 6 – Strukturvergleich zwischen Gesamtheit und Stichprobe (Gemeinde G05)

Gemeinde G05	Anzahl Personen	mittl. Alter der Personen	Anteil weibl. Personen (%)	Befragungstag Werktag (%)
Stichprobe	80	45,1	57,5	81,3
Gesamtheit	35.368	43,6	50,7	71,4

Im betrachteten Beispiel liegt der GREG-Schätzer *über* dem HT-Schätzer, weil die Summe der mit den Regressionskoeffizienten gewichteten Differenzen der Gesamtheits- und Stichprobenmittelwerte der Hilfsmerkmale positiv ist (+0,6403). Vor allem das Hilfsmerkmal WEIBLICH trägt zu diesem Ergebnis bei.

#### 8.4 Parameterschätzung und Hochrechnung im Unit-Level-Modell

Unter dem in Kapitel 6 behandelte Unit-Level-Modell („Modell A“)

$$y_{di} = x_{di}^T \beta + u_d + \varepsilon_{di}$$

ist

$$(8.1) \quad \hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-A} = \gamma_d^A \hat{\mu}_{Y,d}^{GREG} + (1 - \gamma_d^A) \hat{\mu}_{Y,d}^{SYNTH-A} = \gamma_d^A (\hat{\mu}_{Y,d}^{HT} - \hat{\mu}_{X,d}^T \hat{\beta}_A) + \mu_{X,d}^T \hat{\beta}_A$$

ein „empirischer bester linearer unverzerrter Prädiktor“ (EBLUP\_A) für den Grundgesamtheitsmittelwert des Analysemerkmals „Tägliche Wegstrecke von Personen“ in Gemeinde  $d$  (vgl. Abschnitt 6.2), wobei

$$(8.2) \quad \gamma_d^A = \frac{\hat{\sigma}_{u,A}^2}{\hat{\sigma}_{u,A}^2 + \hat{\sigma}_{\varepsilon,A}^2 / n_d}$$

Ausgehend vom Beispieldatensatz (922 Fälle) können die Parameter des Unit-Level-Modells (Regressionskoeffizienten und Varianzen) mit Hilfe der SAS-Prozedur MIXED geschätzt werden. Für die Regressionskoeffizienten des Modells A (feste Effekte) erhält man folgende Ergebnisse:

TABELLE 7 – Regressionsparameter (Modell A)

Effekt	Schätzwert	Standardfehler	DF	t-Wert	Signifikanzniveau
Konstante	53,3593	8,2643	897	6,46	<0,0001
ALTER	-0,2726	0,1674	917	-1,63	0,1039
WEIBLICH	-13,9655	3,5227	909	-3,91	<0,0001
WERKTAG	7,3147	3,9718	914	1,84	0,0659



Die pro Tag zurückgelegte Wegstrecke nimmt, wie man sieht, mit zunehmendem Alter der Person leicht ab (allerdings nur auf dem 10-Prozent-Niveau signifikant) und ist bei Frauen deutlich niedriger als bei Männern (ca. 14 km/Tag weniger). Weiterhin zeigt sich, dass im Vergleich zu Wochenendtagen an Werktagen größere Distanzen zurückgelegt werden (ca. 7 km/Tag mehr). Alle diese Befunde stehen im Einklang mit bekannten Ergebnissen der empirischen Mobilitätsforschung.

Bei der nachfolgend dargestellten Berechnung des empirischen besten linearen unverzerrten Prädiktors wird beiden Komponenten des zusammengesetzten Schätzers, also dem GREG-Schätzer wie auch dem synthetischen Schätzer, das obige Multi-Level-Modell (Modell A) zugrunde gelegt<sup>29</sup>.

Für die Zusammenführung des designbasierten und synthetischen Schätzers wird für jede Gemeinde der Gewichtungsfaktor  $\gamma_d^A$  benötigt, in den die nachfolgend dargestellten Schätzungen der beiden Varianzen (zufälliger Gemeindeeffekt und Residuum) einfließen:

TABELLE 8 – Schätzwerte für die beiden Varianzen im Modell A

Varianz	Schätzwert	Standardfehler
Gemeindeeffekt	2,63	11,00
Residuum	2.992,16	137,20

Die zufälligen Gemeindeeffekte<sup>30</sup> weisen im vorliegenden Beispiel eine so kleine Varianz auf, dass diese Effekte weitgehend vernachlässigt werden können (Schätzung und Test der Regressionskoeffizienten unterscheidet sich zwischen Multi-Level-Modell A und multiplem linearen Regressionsmodell praktisch nicht; vgl. Tabelle 5 und 7). Setzt man die beiden obigen Varianzschätzungen in Gleichung (8.2) ein, so erhält man für den Gewichtungsfaktor

$$(8.3) \quad \gamma_d^A = \frac{2,63}{2,63 + 2.992,16 / n_d}$$

und es wird deutlich, dass die Gesamtvarianz  $\hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_e^2 / n_d$  ganz überwiegend vom stichprobenbedingten Zufallsfehler, d.h. von der Varianzkomponente  $\hat{\sigma}_e^2 / n_d$  bestimmt wird<sup>31</sup>. Sind aus einer Gemeinde z.B. 100 Personen in die Stichprobe gelangt, so nimmt der Gewichtungsfaktor (8.3) den Wert 0,0808 an; die direkte Schätzung für den gemeindespezifischen Mittelwert der täglichen Wegstrecke von Personen geht in diesem Fall also mit einem Gewicht von rund 8 Prozent in die zusammengesetzte Schätzung ein, die synthetische Schätzung dominiert mit einem Gewicht von 92

<sup>29</sup> Dies ist für die Schätzung eines eindeutigen Vektors von Regressionskoeffizienten erforderlich (vgl. Münnich, Gabler u.a., 2012, S. 46).

<sup>30</sup> Der Erwartungswert der zufälligen Gemeindeeffekte ist Null.

<sup>31</sup> Dies gilt jedenfalls bei der Schätzung der mittleren täglichen Wegstrecke von Personen, da von allen gängigen Mobilitätsmerkmalen die zurückgelegte Wegstrecke am stärksten von Person zu Person und Tag zu Tag variiert.



Prozent. Hat man aus einer Gemeinde dagegen nur 10 Befragte, so wird die direkte Schätzung der mittleren täglichen Wegstrecke nur noch mit dem Faktor 0,0087 gewichtet, d.h. die zusammengesetzte Schätzung entspricht hier praktisch der synthetischen Schätzung.

Die Berechnung des empirischen besten linearen unverzerrten Prädiktors für die mittlere tägliche Wegstrecke der Einwohner soll wieder am Beispiel der Gemeinde G05 veranschaulicht werden. Der Prädiktor wird zu diesem Zweck in der im Rahmen der Small-Area-Statistik üblichen Form

$$(8.4) \quad \hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-A} = \gamma_d^A \left( \hat{\mu}_{Y,d}^{HT} - \hat{\mu}_{X,d}^T \hat{\beta}_A \right) + \mu_{X,d}^T \hat{\beta}_A$$

dargestellt. Im Folgenden wird nun gezeigt, wie die vier Größen auf der rechten Seite der Gleichung (8.4) für die Gemeinde G05 zu ermitteln sind:

1. Setzt man den gemeindespezifischen Stichprobenumfang (80 Befragte aus Gemeinde G05) in die Gleichung (8.3) ein, so ergibt sich der Gewichtungsfaktor für den designbasierten Schätzer mit 0,0657. Da die Modellvarianz im Verhältnis zur Gesamtvarianz klein ist, wird ein hohes Gewicht (0,9343) auf die synthetische Schätzung gelegt.
2. Der HT-Schätzer für den gemeindespezifischen Mittelwert des Analysemerkmals ist der Stichprobenmittelwert 37,99 km/Tag (vgl. Tabelle 3 in Abschnitt 8.2).
3. Ganz analog sind bei der Berechnung des zweiten Terms innerhalb der Klammern die gemeindespezifischen Stichprobenmittelwerte der Hilfsvariablen (vgl. Tabelle 4 in Abschnitt 8.3) zu verwenden:  
 $53,3593 - 0,2726 \times 45,1 - 13,9655 \times 0,5750 + 7,3147 \times 0,8125 = 38,99 \text{ km/Tag}$
4. Für die Berechnung des synthetischen Schätzers sind die gemeindespezifischen Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsvariablen (vgl. Tabelle 2 in Abschnitt 8.1) heranzuziehen:  
 $53,3593 - 0,2726 \times 43,6 - 13,9655 \times 0,507 + 7,3147 \times 0,714 = 39,62 \text{ km/Tag}$

Als zusammengesetzten Schätzer für die mittlere tägliche Wegstrecke der Einwohner der Gemeinde G05 im hier betrachteten Untersuchungszeitraum erhält man somit

$$(8.5) \quad \hat{\mu}_{Y,d}^{EBLUP-A} = 0,0657 \times (37,9866 - 38,9781) + 39,6183 = 39,55 \text{ km/Tag.}$$

Wenn - wovon man ausgehen kann - der in Modell A unterstellte Zusammenhang auch in der Gemeinde G05 des Untersuchungsgebiets gilt, liegt der mittlere quadratische Fehler des obigen Prädiktors (MSEP) bei 10,14, was einem Standardfehler von 3,18 km/Tag bzw. einem relativen Standardfehler von 0,08 entspricht<sup>32</sup> (zur Erinnerung: der relative Standardfehler des entsprechenden HT-Schätzers liegt bei 0,14). Die

<sup>32</sup> Die Parameter- und MSEP-Schätzung wurde unter Verwendung der SAS-Prozedur MIXED nach der Type1-Methode in Verbindung mit der Kenward-Roger-Methode für die Kovarianzschätzung durchgeführt.



Verbesserung der Schätzgenauigkeit durch Einbeziehung der Hilfsmerkmale ALTER, WEIBLICH und WERKTAG ist offenkundig.

Anmerkung:

Stellt man wie in Gleichung (8.1) den zusammengesetzten Schätzer (EBLUP\_A) als gewogenen Durchschnitt des GREG-Schätzers und des synthetischen Schätzers (SYNTH\_A) dar, so errechnet sich der zusammengesetzte Schätzer für Gemeinde G05 wie folgt:

$$(8.5a) \quad \hat{\mu}_{y,d}^{EBLUP\_A} = 0,0657 \times 38,6268 + 0,9343 \times 39,6183 = 39,55 \text{ km/Tag.}$$

Die nachfolgende Tabelle zeigt für ausgewählte Gemeinden die Prädiktoren (EBLUPs) und ihre Standardfehler (Wurzel aus den MSEPs) im Überblick:

TABELLE 9 – Small-Area-Schätzer unter dem Unit-Level-Modell (Modell A)

Gemeinde	Stichproben- umfang	Prädiktor (km/Tag)	Standard- fehler	rel. Standard- fehler
G01	15	40,24	2,70	0,07
G02	18	39,25	2,75	0,07
G03	6	39,95	2,57	0,06
G04	8	39,57	2,61	0,07
G05	80	39,55	3,18	0,08
G06	22	40,04	2,78	0,07
...	...	...	...	...
G30	24	39,44	2,81	0,07

Der gemeindespezifische Prädiktor (EBLUP\_A) für die mittlere tägliche Wegstrecke der Einwohner liegt zwischen 39,07 km/Tag (Gemeinde G07) und 40,50 km/Tag (Gemeinde G16). Dass sich die Prädiktorwerte zwischen den Gemeinden kaum unterscheiden, liegt bei der hier gegebenen Dominanz der synthetischen Komponente an der aus Tabelle 2 zu entnehmenden weitgehenden Strukturgleichheit der Gemeinden hinsichtlich der hier verwendeten Hilfsmerkmale ALTER und WEIBLICH (bezüglich des Hilfsmerkmals WERKTAG stimmen die Gemeinden naturgemäß sogar vollständig überein).

Anmerkung:

Für die in der Stichprobe nicht vertretene Gemeinde G31 kann ein rein synthetischer Schätzer für die mittlere tägliche Wegstrecke der Einwohner wie folgt berechnet werden:

$$53,3593 - 0,2726 \times 46,8 - 13,9655 \times 0,466 + 7,3147 \times 0,714 = 39,32 \text{ km/Tag}$$

Hierbei wird wie bei allen anderen Gemeinden die Gültigkeit des Modells A unterstellt.





## 8.5 Vergleich von direkter und Small-Area-Schätzung

Für einen Ergebnisvergleich finden sich ausgewählte Resultate (Schätzwerte und ihre Standardfehler) der verschiedenen Schätzmethoden in folgender Übersichtstabelle:

TABELLE 10 – Vergleich der verschiedenen Schätzverfahren

Gemeinde	Stichprobenumfang	Mittlere Tagesstrecke (km)		Relativer Standardfehler	
		HT	EBLUP_A	HT	EBLUP_A
G01	15	70,78	40,24	0.16	0.07
G02	18	37,05	39,25	0.19	0.07
G03	6	83,14	39,95	0.34	0.06
G04	8	37,00	39,57	0.27	0.07
G05	80	37,99	39,55	0.14	0.08
G06	22	30,84	40,04	0.24	0.07
...	...	...	...	...	...
G30	24	35,14	39,44	0.34	0.07

Wie man sieht, unterscheiden sich die Methoden sowohl hinsichtlich der Schätzwerte als auch der Schätzgenauigkeit: Die für die direkte Schätzung typischen - inhaltlich aber kaum zu begründenden - gravierenden Ergebnisunterschiede (km pro Person und Tag) zwischen den Gemeinden des Untersuchungsgebiets treten bei der Small-Area-Schätzung nicht auf. Die relativen Standardfehler der gemeindespezifischen Schätzergebnisse sind nur bei der Small-Area-Schätzung in einer akzeptablen Größenordnung (unter 10 Prozent).



## 9 Small-Area-Schätzung von Mobilitätskenngrößen auf der Basis von MiD-Daten

### 9.1 Analyse- und Hilfsmerkmale der Small-Area-Schätzung im Überblick

Auf Basis der MiD-Daten (Gesamtstichprobe) wurden für „kleine“ Gebietseinheiten bestimmte Mobilitätsindikatoren unter Verwendung von Unit-Level-Modellen geschätzt. Als Gebietseinheiten dienten hierbei die 402 Stadt- bzw. Landkreise der Bundesrepublik (Stand: 31.12.2015<sup>33</sup>). Im Einzelnen wurden Small-Area-Schätzungen für die folgenden Mobilitätskenngrößen durchgeführt:

1. Mittlere tägliche Wegehäufigkeit (Anzahl Wege pro Person und Tag)
2. Mittlere Tagesstrecke (zurückgelegte Distanz in km pro Person und Tag)
3. Mobilitätsquote (mittlerer täglicher Außer-Haus-Anteil<sup>34</sup>)

Als Analysevariable im Unit-Level-Modell erscheint je nach Fragestellung somit (1) die Wegezahl der Person am Stichtag, (2) die Gesamtlänge der Wege der Person am Stichtag und (3) eine Indikatorvariable, welche die Verkehrsteilnahme der Person am Stichtag (mobil ja/nein) kennzeichnet. Bei den Analyseeinheiten („units“) handelt es sich also stets um Personentage.

Zusätzlich waren kleinräumige Modal-Split-Werte (Verkehrsmittelanteile) zu schätzen, wobei unter Verkehrsmittel das „Hauptverkehrsmittel“ des Weges zu verstehen ist. Konkret geht es um den Anteil der Wege mit dem Hauptverkehrsmittel „zu Fuß“, „Fahrrad“, „MIV-Mitfahrer“, „MIV-Fahrer“ und „ÖV“. Bei den im Unit-Level-Modell verwendeten Hilfsmerkmalen kann es sich – anders als in allgemeinen Studien zur Verkehrsmittelwahl – nicht um Mobilitätsmerkmale (z.B. Wegezweck) handeln, da deren aggregierte Werte für die in Rede stehenden „kleinen“ Gebietseinheiten nicht aus externen Quellen bekannt sind. In Betracht kommen nur Merkmale der Person, welche den Weg durchführt (z.B. Erwerbstätigkeit, Pkw-Verfügbarkeit, Typ der Wohngemeinde) sowie des Tages, an dem der Weg stattfindet (z.B. Quartal, Wochentag). Dies bedeutet, dass auch bei der Small-Area-Schätzung von Verkehrsmittelanteilen Personentage die Analyseeinheiten sind.

Die Spezifizierung der Analysevariablen hängt davon ab, ob sich die interessierenden Modal-Split-Werte auf das Verkehrsaufkommen oder die Verkehrsleistung beziehen. Für aufkommensbezogene Modal-Split-Schätzungen sind die Variablen

- Zahl der Wege der Person am Stichtag, die mit dem Hauptverkehrsmittel  $k$  ( $k=1,\dots,5$ ) durchgeführt werden und
- Gesamtzahl der Wege der Person am Stichtag

<sup>33</sup> Aktuell sind es 401 Landkreise und kreisfreie Städte. Am 01.11.2016 wurden der bisherige Landkreis „Göttingen“ und der Landkreis „Osterode/ Harz“ zum neuen Landkreis „Göttingen“ fusioniert.

<sup>34</sup> Mobile Personen in v.H. aller Personen



bzw. der Quotient der beiden Variablen maßgeblich. Für verkehrsleistungsbezogene Schätzungen entsprechend die Variablen

- Gesamtlänge der Wege der Person am Stichtag, die mit dem Hauptverkehrsmittel  $k$  ( $k=1,\dots,5$ ) durchgeführt werden und
- Gesamtlänge aller Wege der Person am Stichtag

bzw. deren Quotient.

Für die Small-Area-Schätzungen (Analyseeinheit = Personentag) müssen die im jeweiligen gemischten linearen Modell verwendeten personen- bzw. personentagsbezogenen Hilfsmerkmale (feste Effekte) folgende Anforderungen erfüllen:

- Die Hilfsmerkmale müssen auf der Ebene der Personentage in der MiD-Stichprobe vorhanden sein (Erhebungsmerkmale bzw. nachträglich zugespielte Merkmale).
- Die Grundgesamtheitsmittelwerte der Hilfsmerkmale müssen aus externen Datenquellen (ggf. nach entsprechender Datenaufbereitung) verfügbar sein. Die Mittelwertbildung hat dabei - getrennt nach Bezirken („areas“) - jeweils über alle Personen bzw. Personentage der Grundgesamtheit zu erfolgen. Letzteres gilt auch für den Fall, dass das Hilfsmerkmal ursprünglich auf Haushaltsebene vorliegt.

Vor diesem Hintergrund wurden für jeden Bezirk (Landkreis bzw. kreisfreie Stadt) - neben der Gesamtzahl der Einwohner und Haushalte - die nachfolgend dargestellten Grundgesamtheitskenngrößen als aggregierte Werte der Hilfsmerkmale herangezogen:

- Durchschnittsalter der Bevölkerung in Jahren
- Bevölkerung nach Geschlecht: Anteil Frauen
- Bevölkerung nach Erwerbstätigkeit: Anteil Erwerbstätige
- Haushalte nach Haushaltsgröße. In die Small-Area-Schätzung geht als Grundgesamtheitskenngröße der Anteil der Personen, die in Einpersonenhaushalten leben, ein.
- Pkw-Bestand. Der Quotient  $(\text{Pkw-Bestand})/(\text{Einwohnerzahl})$  kann als „Pkw-Dichte des Bezirks“ bezeichnet werden. Die so definierte Pkw-Dichte entspricht dem Grundgesamtheitsmittelwert des personenbezogenen Hilfsmerkmals „Pkw-Ausstattung des Haushalts der Befragungsperson“:  $x_{di}$  = Anzahl Pkw pro Person im Haushalt der Person  $i$  aus Bezirk  $d$ .
- Durchschnittliches Haushaltseinkommen: Analog zur Pkw-Dichte wird der Quotient  $(\text{Haushaltseinkommen insgesamt})/(\text{Einwohnerzahl})$  verwendet, da dieser Quotient dem Grundgesamtheitsmittelwert des personenbezogenen Hilfsmerkmals „Pro-Kopf-Einkommen im Haushalt der Person  $i$  aus Bezirk  $d$ “ entspricht.
- Haushalte mit/ohne Wohneigentum: Als Grundgesamtheitskenngröße wird den Anteil der *Personen*, die in Haushalten mit/ohne Wohneigentum leben, benötigt. Auf der Kreisebene ist jedoch nur die Zahl der Eigentümer- bzw. Mieter*wohnungen* bekannt. Über die durchschnittliche Zahl der in Eigentümer- bzw. Mieterwohnungen lebenden Personen (Mikrozensus) können entsprechende Bevölkerungswerte geschätzt und daraus z.B. der



Anteil der in Eigentümerwohnungen lebenden Bevölkerung berechnet werden.

- Raumtyp der Wohngemeinde. Da innerhalb eines Bezirks der Raumtyp von Gemeinde zu Gemeinde variieren kann, sind die auf die betreffenden Raumtypen entfallenden Bevölkerungsanteile als „Grundgesamtheitsmittelwerte“ zu verwenden; bei kreisfreien Städten gehören alle Einwohner zum selben Raumtyp. Als Merkmal zur Raumtypisierung wurde die Variable „RegioStaR4“ benutzt.
- Anteil Werktag/ Wochenendtage im Bezugszeitraum der Hochrechnung; verzichtet man auf eine zusätzliche Kategorie „Feiertag“, so ist der Grundgesamtheitsanteil der Personentage eines bestimmten Typs (Werktag/Wochenendtag) in allen Bezirken derselbe. Entsprechendes gilt für eine Typisierung der Personentage nach dem Quartal.

Im Folgenden wird die konkrete Spezifizierung der Hilfsvariablen in den verwendeten Unit-Level-Modellen dargestellt.

## 9.2 Spezifizierung der Hilfsmerkmale der Small-Area-Schätzung

Aus der empirischen Forschung kennt man viele soziodemographische, räumliche und zeitliche Merkmale, die mit dem Mobilitätsverhalten von Personen im Zusammenhang stehen. Unter Berücksichtigung der Datenlage (Verfügbarkeit von „Eckwerten“ auf Kreisebene) wurden in allen Modellen die nachfolgend genannten Merkmale als Hilfsvariable verwendet:



TABELLE 11 – Beschreibung der Variablen des Unit-Level-Modells

Hilfsvariable der Small-Area-Schätzung	Stichprobenvariable (Personenebene)	Aggregierte Variablenwerte (Kreisebene) und Datenquelle
Alter	Alter in Jahren	mittleres Alter (StB-RDB)
Geschlecht	1 = weiblich 0 = männlich	Anteil weibliche Personen an Gesamtbevölkerung (StB-RDB)
Erwerbstätigkeit	1 = berufstätig 0 = nicht berufstätig	Anteil Erwerbstätige an Gesamtbevölkerung (StB-Z)
Haushaltsgröße	1 = Person lebt in Einpersonenhaushalt 0 = sonst	Anteil Personen in Einpersonenhaushalten an Gesamtbevölkerung (StB-Z)
Pkw-Ausstattung	Anz. Pkw im Haushalt / Anzahl Personen im Haushalt	Pkw-Bestand / Bevölkerung („Pkw-Dichte“) (StB-RDB)
Haushaltseinkommen	Haushaltseinkommen / Anzahl Personen im Haushalt	durchschnittliches Haushaltseinkommen in € je Einwohner (INKAR)
Wohneigentum	1 = Person lebt in Eigentümerhaushalt 0 = Person lebt in Mieterhaushalt bzw. „anderes“	Anteil Personen in Eigentümerhaushalten an Gesamtbevölkerung (geschätzt aus Anz. Wohnungen (StB-Z) x mittlere Anz. Personen in Mieter- bzw. Eigentümerhaushalten (Mikrozensus))
Raumtyp	Zugehörigkeit der Gemeinde, in der die Person wohnt, zum Raumtyp (RegioStaR 4) (jeweils 0/1-Variable)	Verteilung der Bevölkerung nach Raumtyp RegioStaR 4 (BMVI) (metropolitane Stadtregion, regiopolitane Stadtregion, stadtreionsnahe ländliche Region, periphere ländliche Region); Anteilswerte
Wochentagstyp des Stichtags	1 = Stichtag Mo bis Fr 0 = Stichtag Sa oder So	Anteil Werkzeuge (Mo bis Fr) an allen Tagen der Woche (5/7 = 71,43 %)
Quartal des Stichtags	Quartal des Berichtstages der Person (jeweils 0/1-Variable)	Verteilung der Tage des Jahres nach Quartal (Anteil jeweils 25 %)

INKAR = Indikatoren und Karten zur Raum- und Stadtentwicklung des BBSR

StB-RDB = Regionaldatenbank Deutschland

StB-Z = Zensus 2011



### 9.3 Ergebnisse der Small-Area-Schätzung

#### *Schätzung der mittleren täglichen Wegehäufigkeit*

Für die Schätzung des Mittelwerts der täglichen Wegehäufigkeit von Personen für die einzelnen Landkreise und kreisfreien Städte der Bundesrepublik Deutschland wurde ein Unit-Level-Modell mit den in Abschnitt 9.2 dargestellten Hilfsmerkmalen verwendet.

Exemplarisch sollen für dieses Modell die Parameterschätzwerte für die festen Effekte dargestellt werden:

TABELLE 12 – Schätz- und Testergebnisse für die festen Effekte des Unit-Level-Modells für die tägliche Wegezähl

Modellvariable		Parameter-schätzwert	Standardfehler	t-Wert	Pr >  t
Konstante		2,0504	0,0274	74,75	<.0001
Alter (metrisch)		-0,0025	0,0002	-10,50	<.0001
Geschlecht	weiblich	-0,1119	0,0099	-11,33	<.0001
	männlich	Referenz			
Erwerbstätigkeit	berufstätig	0,8480	0,0102	82,79	<.0001
	nicht berufstätig	Referenz			
Haushaltsgröße	Person in Einpersonenhaushalt	0,2170	0,0171	12,73	<.0001
	Person in Mehrpersonenhaushalt	Referenz			
Pkw-Ausstattung (metrisch)		0,0867	0,0147	5,91	<.0001
Haushaltseinkommen pro Kopf (metrisch)		0,0001	0,0000	7,03	<.0001
Wohneigentum	Person in Eigentümerhaushalt	0,0363	0,0119	3,04	0,0024
	Person in Mieterhaushalt	Referenz			
Raumtyp	metropolitane Stadtregion	0,0467	0,0206	2,26	0,0238
	regiopolitane Stadtregion	0,0507	0,0227	2,23	0,0258
	stadtreionsnahe ländliche Region	0,0689	0,0208	3,31	0,0009
	periphere ländliche Region	Referenz			
Wochentagstyp	Werktag	0,8578	0,0109	78,59	<.0001
	Samstag, Sonntag	Referenz			
Quartal	1. Quartal	0,0460	0,0158	2,91	0,0037
	2. Quartal	0,1086	0,0156	6,97	<.0001
	3. Quartal	0,1272	0,0160	7,93	<.0001
	4. Quartal	Referenz			

Bei der Small-Area-Schätzung der mittleren täglichen Wegezähl werden also folgende, aus der empirischen Mobilitätsforschung bereits weitgehend bekannte Zusammenhänge ausgenutzt:

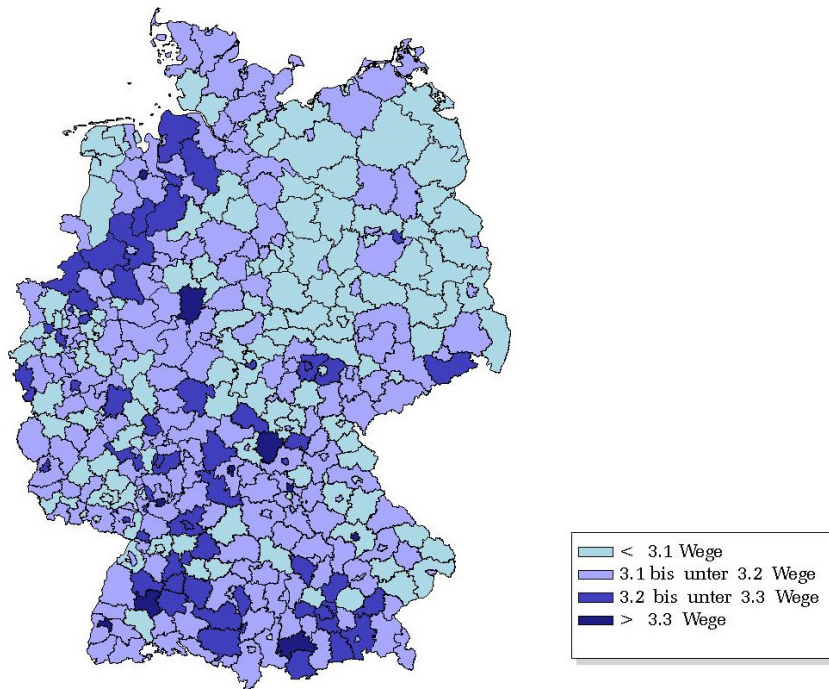
- Die durchschnittliche Wegezähl sinkt mit dem Lebensalter und steigt mit der Pkw-Dichte und dem Einkommen
- Frauen machen im Mittel etwas weniger Wege als Männer
- periphere ländliche Regionen weisen im Vergleich zu den anderen Raumtypen die geringste mittlere Wegezähl auf, was evtl. auf eine stärkere Verkettung von Aktivitäten zurückgeführt werden kann (geringere Dichte von Aktivitätsgelegenheiten in peripheren ländlichen Gebieten).

Die stärksten Bestimmungsfaktoren der Wegehäufigkeit sind der Wochentagstyp und die Erwerbstätigkeit: An Werktagen findet sich eine höhere Wegezähl als an Wochenenden, Erwerbstätige legen im Mittel mehr Wege zurück als Nicht-Erwerbstätige. Ferner lässt sich eine höhere Wegezähl der Personen aus Einpersonenhaushalten (keine Möglichkeit zur „Arbeitsteilung“ zwischen den Haushaltsmitgliedern) und eine im Frühjahr/ Sommer im Mittel höhere Wegezähl als im Herbst und Winter feststellen.



Die nachfolgende Grafik zeigt die gebietsspezifischen Schätzwerte (EBLUP\_A) für die mittlere tägliche Wegezahl.

ABBILDUNG 5 – Schätzung der mittleren täglichen Wegezahl



Die Schätzwerte (EBLUPs) erfüllen die Benchmark-Eigenschaft, d.h. der einwohnergewichtete Mittelwert der gebietsspezifischen Wegezahlen pro Person und Tag stimmt mit der direkten Schätzung der Mobilitätskennzahl „Wege pro Person und Tag“ für die Bundesrepublik Deutschland als Ganzes überein.

Analog erfolgte die Schätzung der mittleren Tagesstrecke, der Mobilitätsquote sowie der aufkommens- und verkehrsleistungsbezogenen Verkehrsmittelanteile. Die nachfolgenden Grafiken zeigen die gebietsspezifischen Schätzwerte.





ABBILDUNG 6 – Schätzung der mittleren Tagesstrecke

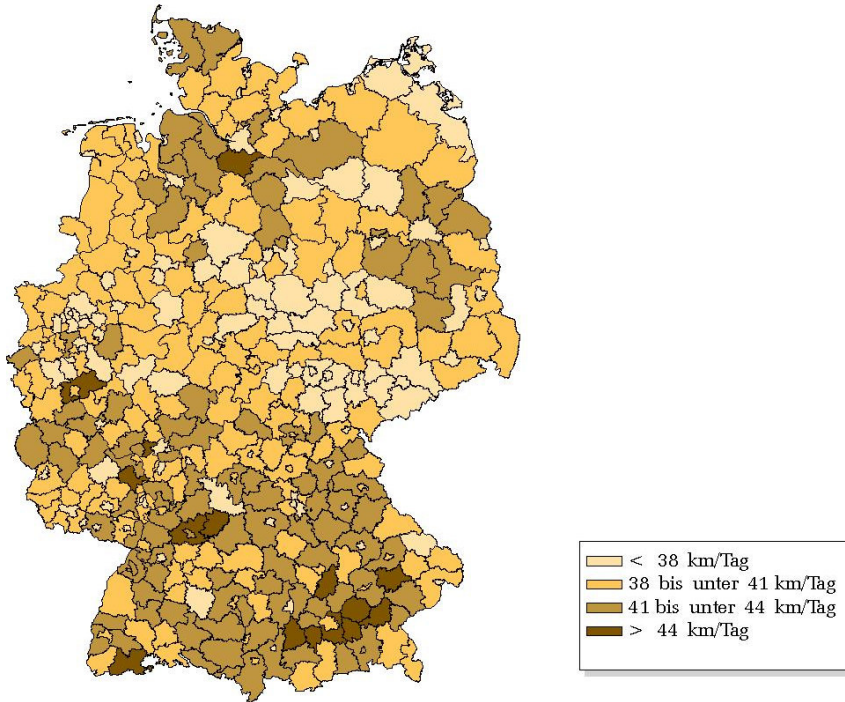


ABBILDUNG 7 – Schätzung der Mobilitätsquote

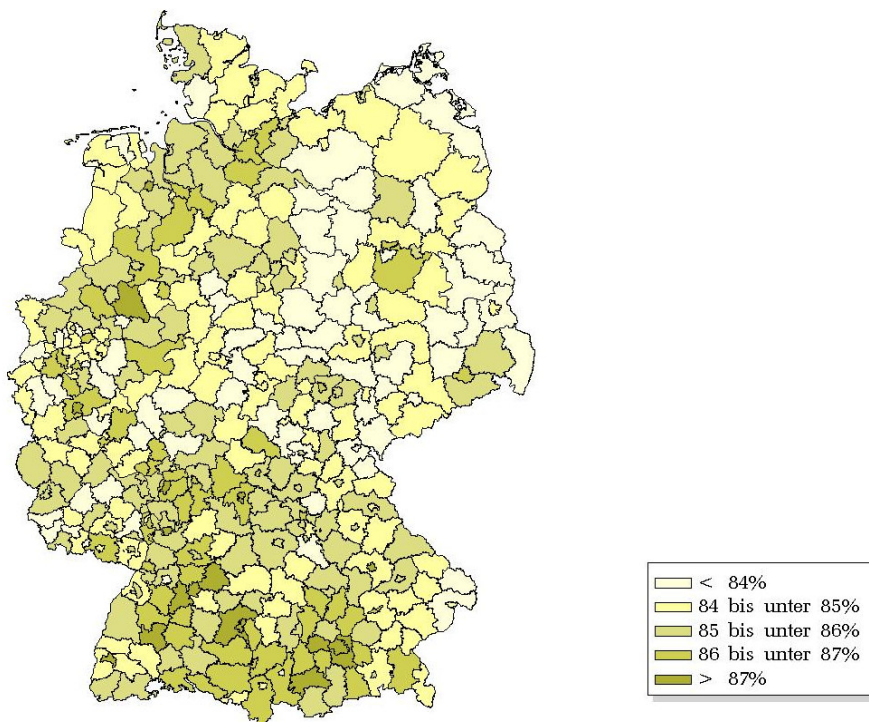






ABBILDUNG 8 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels ÖV am Personenverkehrsaufkommen

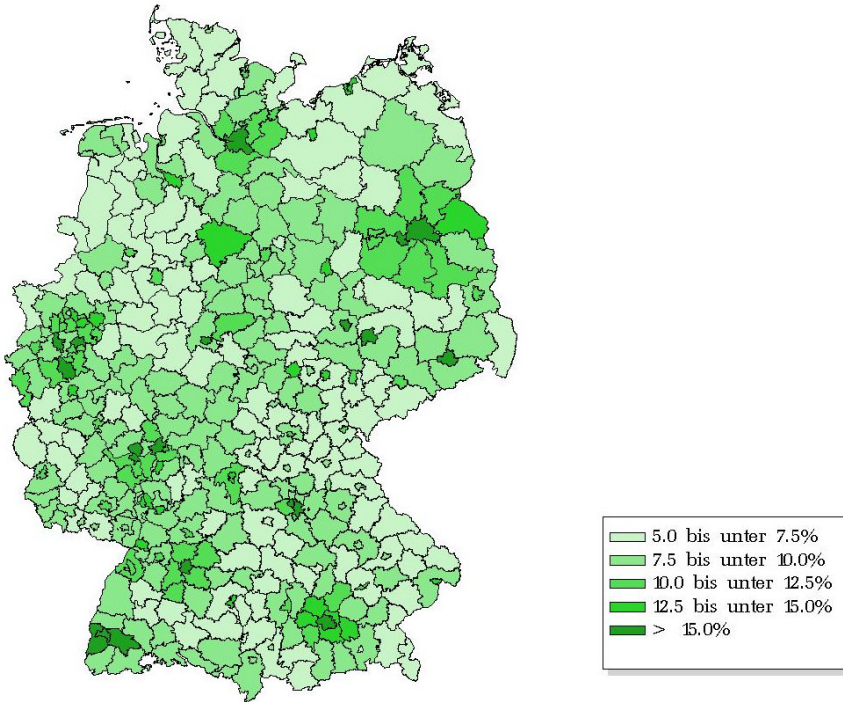


ABBILDUNG 9 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels ÖV an der Personenverkehrsleistung

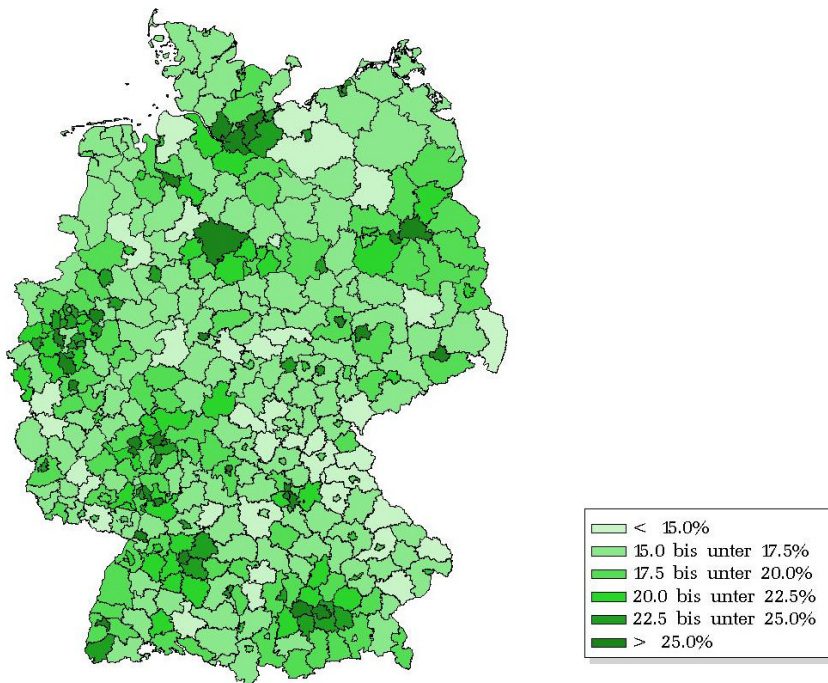




ABBILDUNG 10 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels MIV (Fahrer) am Personenverkehrsaufkommen

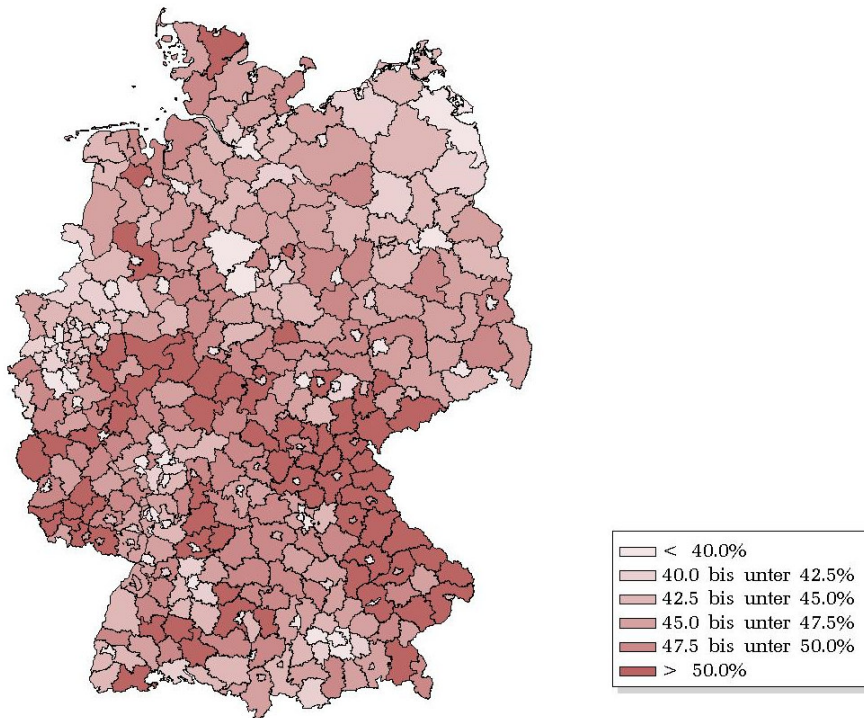


ABBILDUNG 11 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels MIV (Fahrer) an der Personenverkehrsleistung

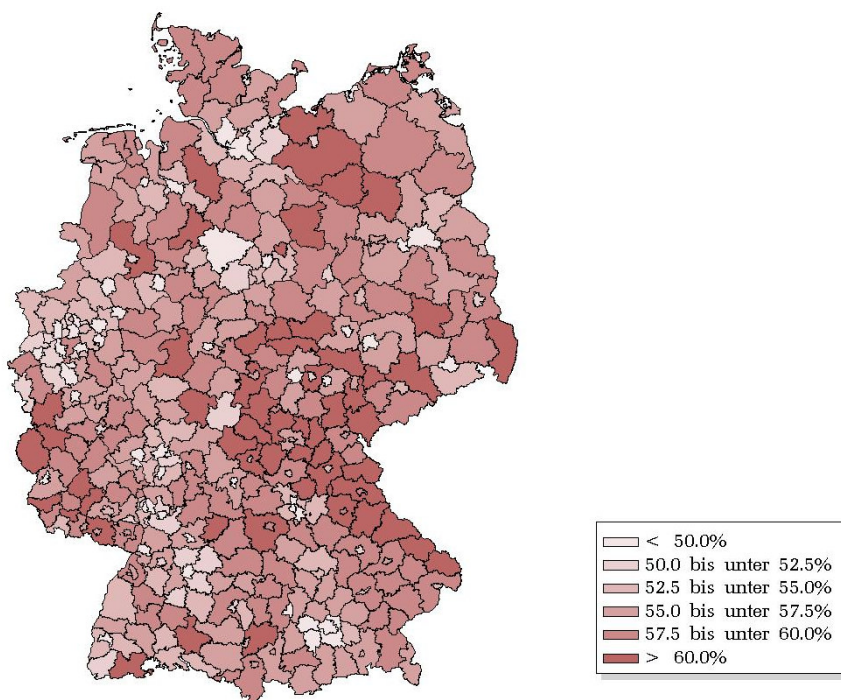




ABBILDUNG 12 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels MIV (Mitfahrer) am Personenverkehrsaufkommen

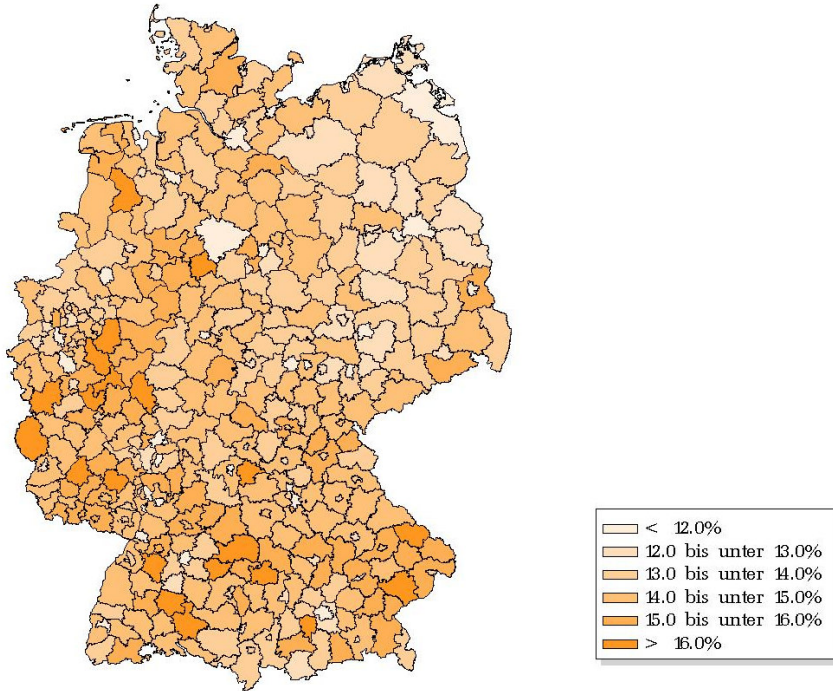


ABBILDUNG 13 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels MIV (Mitfahrer) an der Personenverkehrsleistung

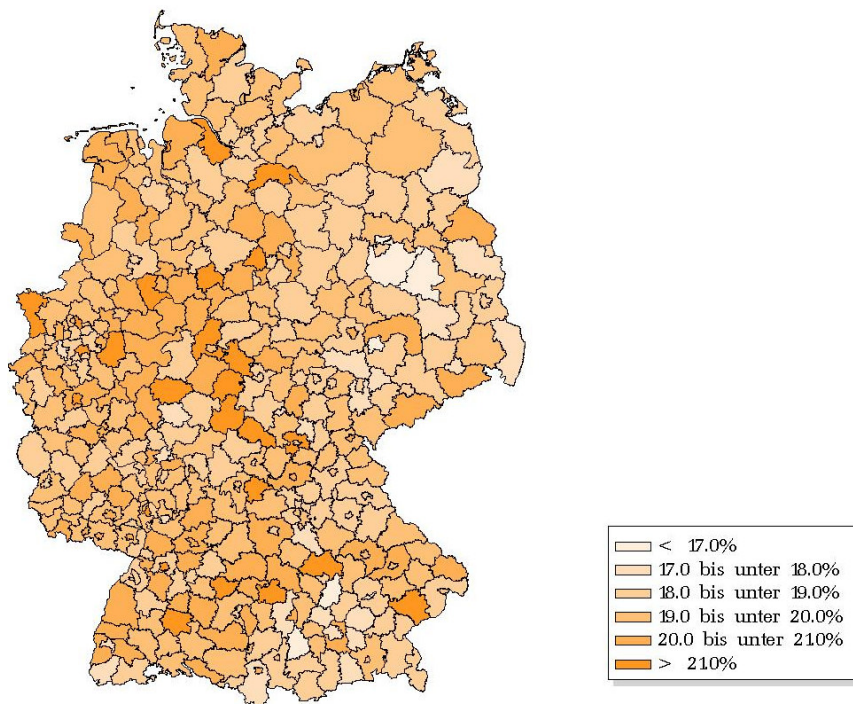






ABBILDUNG 14 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels Fahrrad am Personenverkehrsaufkommen

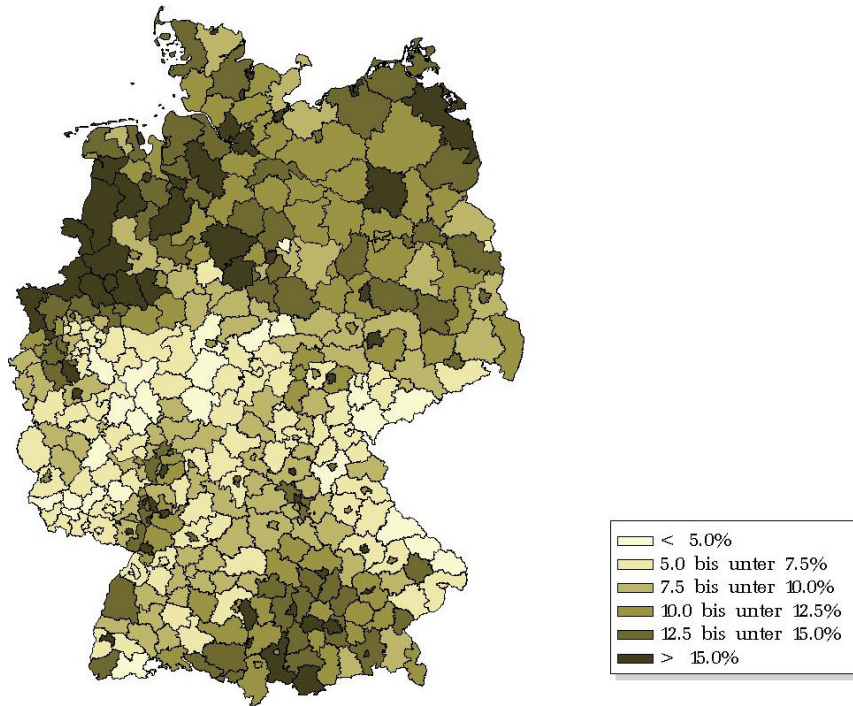


ABBILDUNG 15 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels Fahrrad an der Personenverkehrsleistung

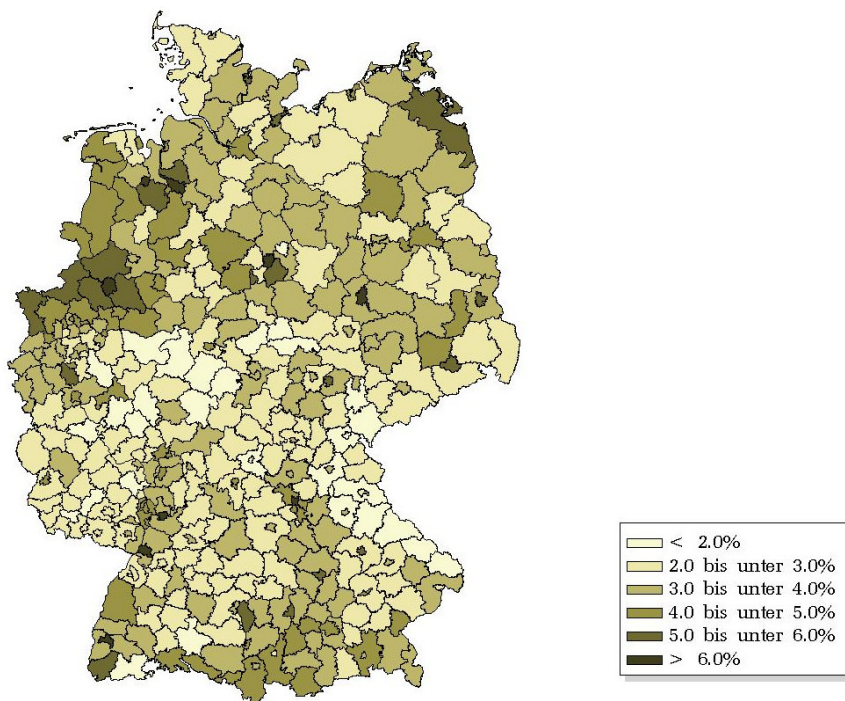




ABBILDUNG 16 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels zu Fuß am Personenverkehrsaufkommen

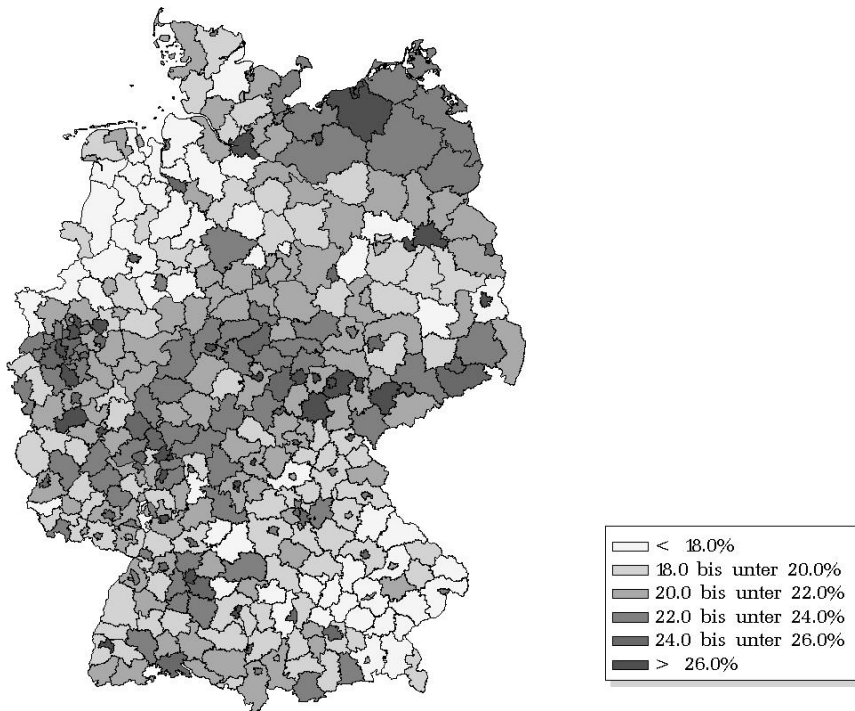
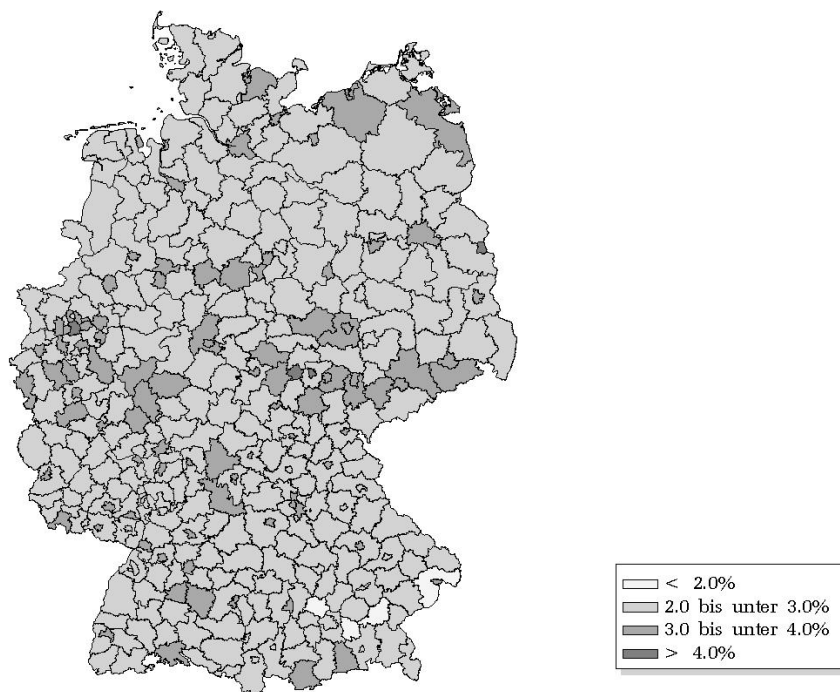


ABBILDUNG 17 – Schätzung des Anteils des Verkehrsmittels zu Fuß an der Personenverkehrsleistung





## 10 Schlussbemerkungen

Im vorliegenden Forschungsbericht wird die methodisch-technische Umsetzung der Small-Area-Schätzung von Mobilitätskennzahlen im Projekt MiD 2017 ausführlich beschrieben. Kapitel 9 enthält überblickartige Darstellungen der Ergebnisse in Form von Karten. Es ist geplant, die detaillierten Ergebnisse in Form einer Excel-Datei ergänzend zur Verfügung zu stellen. Diese wird für jeden Land- bzw. Stadtkreis der Bundesrepublik Deutschland die Schätzwerte für die mittlere tägliche Wegezahl, die durchschnittliche tägliche Wegstrecke, die Mobilitätsquote sowie die aufkommens- und verkehrsleistungsbezogenen Verkehrsmittelanteile enthalten.

Mit Hilfe der MiD-Daten wurden Unit-Level-Modelle geschätzt, verwendet wurden dabei Merkmale, die möglichst vollständig im Datensatz der MiD 2017 enthalten sind. Die Modelle basieren auf den MiD-Personendaten und dienen der Schätzung von Ergebnissen für Stadt- bzw. Landkreise. Die verwendeten exogenen Hilfsmerkmale (es wurden ausschließlich amtliche Daten benutzt) müssen sich also auf Personen beziehen und auf der Ebene der Kreise vorhanden sein. Darüber hinaus können im Unit-Level-Modell nur solche exogene Hilfsvariable herangezogen werden, die auch in der Stichprobe vorhanden sind, also in der Befragung erhoben wurden. Die Variablenauswahl ergibt sich somit als Schnittmenge zwischen verfügbaren Bevölkerungsdaten auf Kreisebene und in der MiD-Personenstichprobe vorhandenen Variablen.

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, für die Zwecke der Modellschätzung die Stichprobe um weitere Hilfsmerkmale, wie z.B. die Entfernung von der Wohnung zur nächsten ÖV-Haltestelle, anzureichern, sofern hierzu adressscharfe Daten vorliegen und diese möglichst allen Personen in der Stichprobe zugespielt werden können. Für diese Merkmale werden aber zusätzlich auch Grundgesamtheitsdaten für jeden Kreis benötigt, d.h. für jede Adresse im Kreisgebiet muss neben der Entfernung zur nächsten ÖV-Haltestelle zusätzlich die Zahl der unter der betreffenden Adresse gemeldeten Personen bekannt sein. Dies ist für die Berechnung des Grundgesamtheitsmittelwerts des Hilfsmerkmals erforderlich.

Mit der hier umgesetzten Methodik können Mobilitätskennzahlen für noch kleinräumigere Einheiten - als dies in Rahmen dieses Projekts möglich gewesen wäre - geschätzt werden. Hier sind z.B. Prognoseräume zu nennen, welche für die BVWP-Verkehrsprognosen relevant sind. Darüber hinaus wurden die Voraussetzungen geschaffen, um die Modelle z.B. über die Einbeziehung von halb- bzw. nichtamtlichen Daten und/oder Daten aus anderen Stichprobenerhebungen (z.B. aus Mobilität in Städten SrV) noch weiter verfeinern zu können, was unter bestimmten Prämissen - wie einer Synchronisierung der empirischen Daten - denkbar erscheint.



## Quellen

- Battese, G.E., Harter, R.M. und Fuller, W.A. (1988): An Error-Components Model for Prediction of County Crop Areas Using Survey and Satellite Data., *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 83, No. 401, S. 28-36
- Boonstra, H.J., Buelens, B., Leufkens, K. und Smeets, M. (2011): *Small area estimates of labour status in Dutch Municipalities*. Statistics Netherlands, Discussion Paper 201102, The Hague/Heerlen
- Burgard, J. P., Münnich, R., Zimmermann, T. (2012): Small area modelling under complex survey designs for business data, *Proceedings of the fourth international conference on establishment surveys*, Montreal
- Chandra, Hukum, Chambers, R. und Salvati, N. (2009): *Small Area Estimation of Proportions in Business Surveys*, Centre for Statistical and Survey Methodology, University of Wollongong, Working Paper 15-09, 2009, 22p.
- Dieterle, M. (2011): Schätzung regionaler Daten mithilfe von Small Area-Schätzmethoden, *Wirtschaft und Statistik*, Dezember 2011, S. 1212-1218
- Gosh, M. und Rao, J.N.K. (1994): Small area estimation: An appraisal, *Statistical Science*, Vol. 9, No. 1, S. 55-76
- Fay, R.E. und Herriot, R.A. (1979): Estimates of Income for Small Places: An Application of James-Stein Procedures to Census Data, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, No. 366, S. 269ff.
- Gelman, A. (2007): Struggles with Survey Weighting and Regression Modelling, *Statistical Science*, Vol 22, No. 2, S. 153-164
- Hidiroglou, M. (2007): Small-Area Estimation: Theory and Practice, *American Statistical Association - Proceedings of the Survey Research Methods Section*, 3445-3456
- Mukhopadhyay, P.K. und McDowell, A. (2011): Small Area Estimation for Survey Data Analysis Using SAS Software, *SAS Global Forum 2011*, Paper 336-2011
- Münnich, R., Gabler, S. u.a. (2012): *Stichprobenoptimierung und Schätzung im Zensus 2011*. Statistisches Bundesamt (Hrsg.), Statistik und Wissenschaft, Band 21
- Ortúzar, J. de D. und Willumsen, L.G. (1995): *Modelling Transport*. 2. Aufl., Wiley, New York
- Pfeffermann, D. und Swerchkov, M. (2007): Small-area estimation under informative probability sampling. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 102, S. 1427-1439.
- Rao, J.N.K. (2003): *Small Area Estimation*, Wiley, New York
- Rao, J.N.K. und Molina, I. (2015): *Small Area Estimation*, 2. Auflage, Wiley, New York
- Särndal, C.E., Swensson B. und Wretman, J. (1992): *Model-Assisted Survey Sampling*, Springer, New York
- Vaish, A.K., Chen, S. u.a. (2010): Small area estimates of daily person-miles of travel: 2001 National Household Transportation Survey. *Transportation*, Vol. 37, Issue 6, S. 825-848
- You, Y. und Rao, N.J.K. (2002): A Pseudo-Empirical Best Linear Unbiased Prediction Approach to Small Area Estimation Using Survey Weights, *Canadian Journal of Statistics*, 30, S. 431-439